



**UNIVERSIDAD NACIONAL TORIBIO  
RODRÍGUEZ DE MENDOZA DE  
AMAZONAS**



**CARRERA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**INFORME DEL EXAMEN DE SUFICIENCIA  
PROFESIONAL**

**LA GEOMETRÍA Y SU IMPORTANCIA EN EL  
DESARROLLO DE LA MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN  
PRIMARIA**

**PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE  
LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

**AUTOR:**

**Bachiller LITMER PORTOCARRERO CASTRO**

**JURADO:** Lic. Roberto José Nervi Chacón    **Presidente**  
Lic. Mario Rimachi Rodas                    **Secretario**  
Lic. River Chávez Santos                    **Vocal**

**CHACHAPOYAS – AMAZONAS – PERÚ**

**2008**

Este trabajo va dedicado a mis queridos  
padres: Homero Portocarrero y M.  
Delicia Castro; quienes con su apoyo  
incondicional han logrado hacer realidad  
mis sueños

Agradezco a mis profesores, amigos y de una manera especial a Homero Portocarrero Arista y María Delicia Castro Vela; por su apoyo absoluto a lo largo de toda mi formación profesional

<b>AUTORIDADES UNIVERSITARIAS</b>	
<b>NOMBRES (S) Y APELLIDOS</b>	<b>CARGOS</b>
<b>CONAFU</b>	
Dr. Rafael Serafín Castañeda Castañeda	Presidente
Dr. Jorge Arturo Benites Robles	Vicepresidente
Dr. Oscar Cornejo G.	Secretario General
<b>COMISIÓN DE GOBIERNO UNIVERSIDAD NACIONAL TORIBIO RODRÍGUEZ DE MENDOZA DE AMAZONAS.</b>	
Dr. Manuel Alejandro Borja Alcalde	Presidente
Dr. Víctor Hugo Chanduví Cornejo	Vicepresidente Académico
Dr. Federico Raúl Sánchez Merino	Vicepresidente Administrativo
<b>CARRERA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA</b>	
Mg. Ever Salomé Lázaro Bazán	Responsable de la Carrera

## **PRESENTACIÓN**

En el presente trabajo referido a la geometría y su importancia en el desarrollo de la matemática en educación primaria, establece un marco teórico donde el propósito fundamental es comprender la importancia de la geometría en educación primaria.

Además se ofrece conceptos claves sobre figuras geométricas, características entre otros; así como también se enfoca básicamente en la educación geométrica en los primeros niveles, donde se destaca la orientación en el espacio y el juego psicomotriz. Por otra parte se menciona la utilización de materiales y recursos diversos y algunas consideraciones metodológicas debemos tener en cuenta, también hablamos del porque enseñar geometría en educación primaria, como desarrollar el pensamiento geométrico en los niños, entre otras definiciones puntuales.

Con la realización de este trabajo pretendemos la consecución de nuevos y diversos conocimientos que de seguro serán bastante útiles en el resto de nuestra vida escolar, universitaria y profesional.

Mostramos además en este trabajo una variedad de materiales que pueden ser utilizados en el desarrollo de una clase de geometría, tal es el caso de los geoplanos, tangram, etc., esto pues demuestra nuestro entendimiento del tema y que debido a la dedicación que esto nos ha significado esperamos sea de su agrado este informe.

## RESUMEN

La geometría como palabra tiene dos raíces griegas: geo (tierra) y metrón (medida); o sea, significa "medida de la tierra". Su origen, unos tres mil años antes de Cristo, se remonta al Medio Oriente, en particular al Antiguo Egipto, en que se necesitaba medir predios agrarios y en la construcción de pirámides y monumentos. Esta concepción geométrica se aceptaba sin demostración, era producto de la práctica.

Estos conocimientos pasaron a los griegos y fue de Thales de Mileto quien inicio la geometría demostrativa. Euclides fue otro gran matemático griego, quien en su famosa obra titulada "Los elementos" recopila, ordena y sistemátiza todos los conocimientos de geometría se basa en lo que históricamente se le conoce como 5º postulado de Euclides.

Existen otras geometrías que no aceptan dicho postulado Euclidiano si no que aceptan otros principios que dan origen a los llamados "geometrías no euclidianas". Siguiendo la secuencia del trabajo se habla sobre el objeto de la geometría, clases de geometría y se destaca la importancia de la geometría en el ámbito escolar.

Por otra parte se habla sobre la utilización de materiales y recursos diversos que se pueden emplear en el desarrollo de una clase de geometría, así como también se habla de las figuras y cuerpos geométricos abstractos y concretos. Y finalmente se habla sobre consideraciones metodológicas y algunas recomendaciones.

## ÍNDICE

Dedicatoria.....	i
Agradecimiento.....	ii
Página de Autoridades Universitarias.....	iii
Presentación.....	iv
Resumen.....	v
Índice.....	vi
I. INTRODUCCIÓN.....	10
1.1. Objetivos.....	11
1.1.1 Objetivo General.....	11
1.1.2 Objetivos Específicos.....	11
II. MARCO TEÓRICO.....	12
2.1 CONSIDERACIONES TEÓRICAS ENTORNO A LA GEOMETRÍA Y SU IMPORTANCIA EN EL NIVEL PRIMARIO.....	12
2.1.1 Reseña Histórica de la Geometría.....	12
2.1.2 Historia de la geometría en la escuela.....	16
2.1.3 Objeto de la Geometría.....	17
2.1.4 Clases de Geometría.....	18
2.1.5 Importancia de la Geometría en el Ámbito Escolar.....	19
2.1.6 Un Acercamiento Experimental, Intuitivo a la Geometría.....	24
2.1.7 Los Conceptos Geométricos, Abstractos y de Difícil Adquisición.....	28
2.2 LA EDUCACIÓN GEOMÉTRICA EN LOS PRIMEROS NIVELES.....	29
2.2.1 Orientación en el Espacio.....	29
2.2.2 Juego Psicomotriz.....	30

2.3 UTILIZACIÓN DE MATERIALES Y RECURSOS DIVERSOS EN GEOMETRÍA.....	31
2.3.1 Materiales Típicos de Psicomotricidad.....	31
2.3.2 Materiales para ser Utilizados en el Aula.....	32
2.3.3 Materiales Complementarios de Mesa.....	32
2.3.4 Materiales de Uso Específicamente Geométrico.....	32
2.4 REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS.....	33
2.4.1 Los Planos.....	33
2.4.2 Los Mapas.....	34
2.5 CONOCIMIENTO DE FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS.....	35
2.5.1 Figuras Geométricas.....	35
2.5.2 Cuerpos Geométricos.....	36
2.5.3 Definiciones.....	37
2.5.4 Clases de cuerpos geométricos.....	37
2.5.5 Conocimiento de figuras bidimensionales.....	40
2.6 CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS.....	42
2.6.1 Trabajo en Grupo.....	43
2.6.2 El Papel del profesor.....	43
2.6.3 Planteamientos Didácticos.....	44
2.7 POR QUÉ ENSEÑAR GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA.....	45
2.8 DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN EL NIÑO.....	48
2.8.1 Espacio Vivido.....	48
2.8.2 Espacio percibido.....	48
2.8.3 Espacio Concebido.....	49

2.9	PLANIFICACIÓN DE UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	49
2.9.1	Concentrarse en Estimular el Aprendizaje de Relaciones.....	49
2.9.2	Concentrarse en Ayudar a los Niños.....	49
2.9.3	Planificar el Aprendizaje Significativo.....	50
2.9.4	Estimular y aprovechar la Matemática Inventada por los Niños.....	50
2.9.5	Tener en Cuenta la Preparación Individual.....	50
2.9.6	Explotar el interés natural de los niños en el juego.....	50
2.10	CÓMO ABORDAR LA MALA INTERPRETACIÓN DE LOS NIÑO.....	51
2.11	REQUISITOS PARA UNA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EFICAZ.....	52
2.11.1	Comprensión.....	52
2.11.2	Técnicas para la Resolución de Problemas.....	52
2.11.3	Motivación.....	53
2.11.4	Flexibilidad.....	53
2.12	EL ESPACIO FÍSICO Y EL ESPACIO GEOMÉTRICO.....	53
2.12.1	Como el niño construye el espacio.....	54
2.13	EL ESPACIO GEOMÉTRICO EN RELACIÓN CON EL INDIVIDUO.....	55
2.13.1	Psicología y nociones espaciales.....	55
2.14	HABILIDADES BÁSICAS.....	57
2.14.1	Habilidades Visuales.....	57
2.14.2	Habilidades Verbales o de Comunicación.....	58
2.14.3	Habilidades de Dibujo.....	58
2.14.4	Habilidades de lógica o de Pensamiento.....	59
2.15	MODELO DIDÁCTICO DE VAN HIELE.....	59
2.15.1	Niveles de Razonamiento.....	60
2.15.2	Fases de Aprendizaje.....	61

2.16	MANIPULACIONES GEOMÉTRICAS.....	62
2.17	LA DECADENCIA DE LA GEOMETRÍA.....	63
2.17.1	Posibles Causas.....	63
2.18	LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA: Ayuda a desarrollar.....	64
2.19	UNA REFLEXION SOBRE NUESTRA PRACTICA COMO DOCENTES.....	65
III.	CONCLUSIONES.....	66
IV.	RECOMENDACIONES.....	67
V.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68
VI.	ANEXOS.....	69

## I. INTRODUCCIÓN

La geometría ha sido desde los principios de la humanidad un mecanismo utilizado para encontrar soluciones a los problemas más comunes de quienes la han aplicado en su vida, pues, entre otros usos, facilita la medición de estructuras sólidas reales, tanto tridimensionales como superficies planas y además bastante útil para la realización de complejas operaciones matemáticas.

En este trabajo se busca resaltar la importancia que tiene la geometría en el desarrollo de la matemática en educación primaria.

Antes de centrarme en la importancia de la geometría en Primaria, creo preciso definir que es la geometría: “es la parte de las matemáticas que trata de las propiedades, relaciones y medidas de la extensión del espacio y de los cuerpos. En la práctica, la geometría sirve para solucionar problemas concretos en el mundo de lo visible.

Entre sus utilidades se encuentran: la justificación teórica de muchos instrumentos, compás, etc. Asimismo, es la que nos permite medir, áreas y volúmenes, es útil en la práctica de diseños, e incluso en la fabricación de artesanías”. (Definición recopilada de <http://jgarcía.wordpress.com/2006/10/27/breve-redacción-sobre-la-geometría-en-primaria/trackback/>

Con respecto a esto, pienso que es bastante complejo identificar el papel de la geometría de interpretación, modelización y problematización del mundo que nos rodea. Así como, reconocer el papel de los diversos lenguajes propios de las matemáticas para representar realidades cotidianas.

Finalmente, pienso que el maestro tiene un papel muy importante en este periodo ya que tiene que saber dar sentido a los contenidos geométricos de Educación Primaria, para ayudar a los niños, es decir, debe motivarlos a la vez que les enseña. Además de, identificar recursos básicos profesionales para la enseñanza de la geometría de forma que el maestro/a pueda enfrentarse a una clase conociendo las herramientas más básicas, e identificando alguna de las dificultades propias del alumnado en esta etapa.

## **1.1. OBJETIVOS**

### **1.1.2. OBJETIVO GENERAL**

Determinar la importancia de la Geometría en el desarrollo de la matemática en educación primaria.

### **1.1.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS**

Recopilar, sistematizar y explicar la información sobre la importancia de la Geometría en el desarrollo de la matemática en educación primaria.

Identificar los materiales didácticos que se pueden utilizar para el desarrollo de una clase de geometría en educación primaria.

## II. MARCO TEÓRICO

### 2.1 CONSIDERACIONES TEÓRICAS ENTORNO A LA GEOMETRÍA Y SU IMPORTANCIA EN EDUCACIÓN PRIMARIA

#### 2.1.1 RESEÑA HISTÓRICA DE LA GEOMETRÍA.

Es importante, antes de emprender un estudio de la geometría, revisar algunos antecedentes históricos. La geometría tuvo sus orígenes en Egipto con la medición de áreas, ya que el río Nílo, al desbordarse, borraba las señales que limitaban los terrenos de los agricultores.

La tierra del valle del Nilo se distribuía en terrenos rectangulares iguales por los cuales se debía pagar un impuesto anual, pero cuando el río invadía los terrenos, el agricultor tenía que avisar al rey lo sucedido, enviando éste a su vez a un supervisor que medía la parte en que se había reducido el terreno. Hay evidencias históricas, también, de aplicaciones, geométricas, algunos miles de años antes de nuestra era en regiones tales como Mesopotamia, y algunas regiones del centro, sur y este de Asia, en las cuales se desarrollaron grandes obras de construcción de edificios y sistemas de canalización y drenaje.

La geometría babilónica y egipcia, se le utilizaba para resolver una serie de problemas de la vida cotidiana y no como una disciplina especial, metódica.

No existen fuentes para el estudio de la geometría griega antigua, la única fuente de que se dispone, de tal época, es la obra de Proclo, conocida con el nombre de sumario de Eudemo, escrita en el siglo V d. c., y en la cual se esboza de manera muy breve el desarrollo de la geometría, desde la antigüedad hasta Euclides. El sumario de Eudemo debe su nombre a que está basado en una serie de trabajos escritos por Eudemo, discípulo de Aristóteles. Según lo relaciona el sumario de Eudemo, la geometría demostrativa se inicia en 600 a. c. con Thales de Mileto, frecuentemente se le llama «el padre de la geometría demostrativa», pues aplicó a sus trabajos los procedimientos del razonamiento deductivo.

El siguiente matemático griego famoso en el sumario de Eudemo es Pitágoras, nacido aproximadamente en el año 572 a. c. en la isla de Samos, isla del mar Egeo, cercano a la ciudad de Mileto. Pitágoras, 50 años más joven que Thales, razón por la cual se cree que fue discípulo de éste, es famoso no sólo por el teorema que lleva su nombre, sino por sus estudios de música y sobre todo por haber fundado en el puerto de Crotona, al sur de Italia, la famosa escuela Pitagórica para el estudio de la filosofía, la música, la matemática y las ciencias naturales y a la cual se le atribuye la práctica de ritos secretos. Parece ser que con el transcurso del tiempo, sus estudios derivaron también hacia la política, lo cual, hizo que finalmente se desbandaran. La contribución de los pitagóricos a la geometría fue, entre otras, el teorema que demuestra que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos ángulos rectas, al cual se llegó a través de los conocimientos que obtuvieron de las paralelas; propiedad de las figuras semejantes, así como una serie de estudios sobre áreas y volúmenes.

Platón (427-347 a. c.), filósofo, fue otro de los personajes que influyeron en el desarrollo de la matemática en Grecia, no por sus descubrimientos matemáticos, sino porque en su escuela era de primordial importancia que sus alumnos estudiaran geometría, ya que estaba convencido que la geometría era un campo de entrenamiento muy importante para la mente, debido a sus elementos y a la más pura actitud mental que crea su estudio. A la entrada de la academia colocó un letrero que decía: «que nadie entre si no sabe geometría».

Egipto quedó bajo el mando de Ptolomeo I, un antiguo general de Alejandro Magno. En ese tiempo, el año 331 a. c., la capital de Egipto se estableció en Alejandría y Ptolomeo la concibió como el centro de la gran cultura griega. Fundó en 300 a. c. la Universidad de Alejandría a la cual atrajo, pagando muy buenos salarios, a los más notables artistas, filósofos, historiadores, poetas, astrónomos, etc., de la época que se desenvolvían en un ambiente físico óptimo: atractivo edificio con grandes jardines, laboratorio, salas de lectura, así como una gran biblioteca con una colección de más de 600,000 obras. El matemático más notable en esa Universidad fue Euclides, quién fundó precisamente la escuela de matemáticas de Alejandría. No se sabe cuál es su fecha de nacimiento y se cree que se educó en la Escuela Pitagórica de Atenas.

Euclides escribió sobre astronomía, música, óptica y otras materias, sin embargo, la obra que le dio fama universal fueron "Los Elementos", trabajo cuya mayor parte es una colección de los trabajos de sus predecesores, resumido en 13 libros o capítulos que incluyen 465 proposiciones, muchas de las cuales no son de geometría sino de teoría de números y de álgebra, escrita como una sola cadena deductiva y que por cientos de generaciones se ha conservado como un ejemplo de lógica. Ningún tratado ha causado un impacto tan grande sobre las matemáticas como Los Elementos, es la obra científica que más se ha editado, analizado, traducido y estudiado en el mundo. Uno de sus máximos méritos es la selección y disposición sistemática de los teoremas en un orden meticulosamente lógico, procediendo paso a paso, teorema por teorema, desde las proposiciones más simples, hasta las más complejas, estableciéndose como un modelo de razonamiento, llamado razonamiento deductivo.

Es lógico pensar que no todos los trabajos eran ajenos, Euclides tuvo que hacer un buen número de demostraciones y perfeccionar otras para dar a la obra una secuencia, que se viera como un todo.

Después de Euclides, el matemático de más renombre fue Arquímedes de Siracusa (287 - 212 a. c.). Después de estudiar en Alejandría, regresó a Sicilia lugar donde escribió tres obras sobre geometría plana: «Medidas de una circunferencia», «Cuadratura de la parábola» y «Sobre espirales», que son ejemplos de rigor en las demostraciones. También dejó escritos sobre la esfera, el cilindro, conos, así como estudios sobre mecánica y aritmética.

El tercer matemático de la antigüedad fue Apolonio, quién nació en el año 262 a.c., en Perga, al sur de Asia Menor; 25 años más joven que Arquímedes, estudió en Alejandría, donde murió alrededor del año 200 a. c., Apolonio adquirió reputación entre sus contemporáneos como «el más grande geómetra» debido a su magnífica obra «Secciones cónicas», el último de los trabajos de la matemática griega considerada como una obra maestra. Escrita en ocho libros, contiene el estudio más acabado sobre el tema.

La época de oro de la matemática griega llega a su fin con la muerte de Apolonio. Pocas contribuciones geométricas se hicieron después de estos

grandes matemáticos. Herón (125 d. c.) calculó el área del triángulo en función de sus lados.

Menelao (98 d. c.) y Claudio Ptolomeo (168 d. c.) pusieron las bases de la trigonometría. Ptolomeo aplicó la trigonometría a la astronomía, su obra máxima es «Almagesto», una obra que es a la astronomía lo que Los elementos es a la geometría. Pappus (s IV) calcula las superficies generadas por una línea que gira alrededor de un eje situado en un plano y de volúmenes que se generan cuando se hace girar una superficie alrededor de un plano.

La gran civilización griega que se había desarrollado en, Mesopotamia, en Egipto y en Grecia, fue paulatinamente destruida al ser conquistada por los romanos, primeramente Grecia en el año 146 a. c. y finalmente Egipto en el año 30 a. c. El último aliento de la civilización griega se extinguió con la conquista de Egipto por los Árabes, comandados por Omar en el año 640 d. c. iniciando así la caída del imperio romano y el inicio de una época conocida como la edad del oscurantismo de Europa, por su decadencia de productividad científica y cultural, que duró hasta el siglo XII d. c.

Desde el año 200 hasta el año 1200 d. c. los hindúes, influenciados de alguna manera por los griegos, habían hecho varias contribuciones a la aritmética y al álgebra. Los árabes, que a estas alturas habían extendido sus dominios sobre todas las tierras que bordean el Mediterráneo y sobre el Cercano Este agrupaban muchas razas unidas por la religión mahometana, absorbieron los conocimientos griegos e hindúes. Fue muy importante para la conservación de la cultura del mundo que los árabes asimilaran y resguardaran sus conocimientos.

Numerosos trabajos hindúes y griegos referentes a astronomía, medicina y matemática, fueron diligentemente traducidos a la lengua árabe y así se salvaron hasta que posteriormente los escolares Europeos pudieron traducirlos al latín y a otros idiomas.

En el año 1482 se imprimió la primera versión de la obra de Euclides. En el año 1533 se tradujo el Libro I de Comentarios sobre Euclides, de Proclo. En 1572, se tradujo Los elementos de Euclides del griego, que sirvió como base

para muchas otras traducciones siguientes. Después del período del renacimiento, inició el período que corre hasta nuestros días y que se conoce con el nombre, de era moderna.

Durante esta época y debido a efervescencia que causaron tantas obras de los grandes geómetras griegos, los matemáticos de la era moderna descubrieron una gran cantidad de proposiciones, a partir de las señaladas en Los elementos, dando lugar este cúmulo de conocimientos a lo que hoy se conoce como Geometría Moderna.

### **2.1.2 HISTORIA DE LA GEOMETRIA EN LA ESCUELA**

Por mucho tiempo hubo dos instrumentos esenciales que permitieron a las personas que accedían a la educación poder educarse, los dos libros más editados en la historia de la civilización: la Biblia, con la que se aprendía a leer y escribir, y "Los elementos" de Euclides (siglo III a.C.), con los que se enseñaba a razonar

Euclides, más que un creador, fue un compilador de la geometría existente hasta ese momento. Se ubica en Alejandría, la ciudad más importante de la época y la primera que fue construida como tal, en forma geométrica.

Esa geometría de Euclides es la que nuestros niños aprenden hoy en la escuela. No hay nada nuevo desde el punto de los contenidos, ni siquiera en Secundaria, todo estaba allí hace 23 siglos.

Este paradigma de enseñanza perduró hasta mediados del siglo pasado, cuando comienza a aparecer la escuela popular, se comienzan a producir transformaciones educativas y se siente la necesidad de contar con nuevos materiales.

Hasta ese momento, la enseñanza era personalizada, un tutor atendía dos o tres niños y luego la enseñanza continuaba en la Universidad.

Luego, las adaptaciones curriculares conservaron la enseñanza de la geometría, que estuvo muy presente hasta mediados del siglo XX. A partir de la

década del 50 se le quitó importancia a la enseñanza de la geometría en la escuela primaria y comenzó una revolución en la educación, la reforma de la enseñanza de la matemática moderna, que incluyó la teoría de conjuntos.

A partir de 1960 comienza a verse un importante avance de esta teoría en toda Latinoamérica y, finalmente, nos encontramos con que a mediados de los 70 los educadores, especialmente en Europa, se dan cuenta de que esa reforma no sirvió, de que la teoría de conjuntos como base de toda la matemática no estaba permitiendo a los niños desarrollar competencias intelectuales, y comenzaron las primeras críticas: los niños habían perdido capacidades concretas, de modelización, de interpretación, de visualización. Entonces en Europa, a principios de los 80, se comienza a darle un pequeño lugar al estudio del espacio y de la geometría.

La geometría, aún hoy, no ha recuperado el lugar que reconocemos necesario. Así como le llevó 20 años desaparecer, le llevará también otros tantos volver a ocupar su lugar, un punto de equilibrio. Es un proceso de transformación lento, un proceso de formación para los nuevos docentes, que son productos de un modelo diferente de enseñar.

### **2.1.3 OBJETO DE LA GEOMETRÍA**

La geometría estudia las figuras geométricas desde el punto de vista de su forma, extensión y relaciones que guardan entre sí, prescindiendo de la naturaleza y propiedades de la sustancia que constituye los cuerpos.

El cuerpo así considerado (en su forma y extensión), es el que se denomina cuerpo geométrico.

Por tanto, el objeto de la geometría es el estudio de las propiedades de los cuerpos geométricos, y se divide en geometría plana o planimetría y geometría del espacio o estereometría.

## **2.1.4 CLASES DE GEOMETRÍA**

En el ámbito de las matemáticas, se distinguen varias clases de geometría:

**2.1.4.1 Geometría algorítmica.** Aplicación del álgebra a la geometría para resolver por medio del cálculo ciertos problemas de la extensión.

**2.1.4.2 Geometría analítica.** Dentro de los cuales tenemos los siguientes: Estudio de figuras que utiliza un sistema de coordenadas y los métodos del análisis matemático.

**2.1.4.3 Geometría del espacio.** Parte de la geometría que considera las figuras cuyos puntos no están todos en un mismo plano.

**2.1.4.4 Geometría descriptiva.** Parte de las matemáticas que tiene por objeto resolver los problemas de la geometría del espacio por medio de operaciones efectuadas en un plano y representar en él las figuras de los sólidos.

**2.1.4.5 Geometría plana.** Parte de la geometría que considera las figuras cuyos puntos están todos en un plano.

**2.1.4.6 Geometría proyectiva.** Rama de la geometría que trata de las proyecciones de las figuras sobre un plano.

#### **2.1.4.7 Las distintas geometrías que se trabajan en el nivel inicial primaria.**

**Geometría topológica.** También llamada la geometría de la lámina de caucho. En este enfoque las figuras son sometidas a transformaciones que pierden sus propiedades métricas y proyectivas.

**Geometría proyectiva.** Se definen transformaciones que deforman los elementos conservando la alineación de los puntos. Es la geometría de las sombras.

**Geometría euclidea.** Estudia las propiedades y problemáticas de las figuras de naturaleza ideal. Se refiere a las transformaciones que sólo cambian la posición de los objetos y por lo tanto conservan el tamaño, las distancias y las direcciones, es decir los aspectos relacionados con la medida. Se mantiene los ángulos, la relaciones de incidencia, longitud, etc.

#### **2.1.5 IMPORTANCIA DE LA GEOMETRÍA EN EL ÁMBITO ESCOLAR**

Se considera que la geometría es especialmente importante en edades en las que es necesario experimentar sobre objetos reales, con la finalidad de desarrollar las capacidades de los estudiantes. Algunas de las dificultades para la introducción de estos planteamientos provienen de la falta de tradición geométrica en las matemáticas escolares: de la geometría euclídea de los años 50-60 se pasa al vacío geométrico de la matemática moderna. Desde la perspectiva de los libros de texto producidos en las dos últimas décadas, la geometría ha ido desplazándose hacia el final de los libros en educación primaria para desaparecer en educación secundaria.

Como decía J. Estrany, en 1907, en la introducción de su manual geometría objetiva: “La geometría no es cosa estática muerta y enterrada en los

libros de texto” citado por Xelo Calvo. p. 115 de su libro *la geometría*. La geometría ha sido siempre marginada y discriminada en la escuela.

En la actualidad la geometría es la gran “ausente” en las aulas escolares. ¿Por qué afirmamos esto?. No se tiene en claro para que enseñarla. Se repiten año a año los mismos contenidos sin saber a que conduce. Han quedado fuera contenidos como construcciones, definiciones, convenciones, vocabulario, etc. La idea que todo conocimiento matemático debe vincularse con la vida cotidiana fue poco a poco “echando” a la geometría.

En la antigüedad la geometría pretendió resolver problemas de orden práctico. Demarcación de un terreno luego de las inundaciones del río Nilo Fijar límites de terrenos Construcción de viviendas, etc

Esta idea de geometría en uso no es la misma que tiene el geómetra. No es la misma que tiene Euclides, el siglo III a.c. con Euclides aparece un espacio que se razona, se deduce, se representa. Deja de ser real para convertirse en un espacio imaginado. La geometría pasa a ser un modelo reflexivo. Tanto del espacio físico como del espacio geométrico.

El espacio físico, es el que nos contiene y contiene los objetos concretos. Lo conocemos por medio de la percepción y los distintos sentidos.

El espacio geométrico es el que está conformado por conjuntos de puntos y sus propiedades. Es la modelización del espacio físico. Lo conocemos a través de la representación.

La necesidad de la enseñanza de la geometría en el ámbito escolar responde, en primer lugar, al papel que la geometría desempeña en la vida cotidiana, ya sea en la escuela, en su casa o en otros lugares en las que el niño está en constante actividad con su medio que lo rodea. En tal sentido un conocimiento geométrico básico es indispensable para desenvolverse en la vida cotidiana: para orientarse reflexivamente en el espacio; para hacer estimaciones sobre formas y distancias; para hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio, etc.

Nelson Londoño en su libro *matemática progresiva* nos comenta que “el estudiante, con la geometría, deja de aceptar a ciegas ciertos enunciados, aprende a pensar en forma clara, aprecia el orden y la belleza de las formas geométricas que abundan en la naturaleza y en las obras que el hombre ha

creado y conoce lo que nuestros antiguos han adoptado a nuestra cultura” pag. 216.

El profesor Baldor por su parte habla de la enseñanza primaria (6 a 12 años). Nos dice que “Los alumnos deben adquirir la cantidad de ideas geométricas que sirvan de base para aprender, de los 12 a los 15 años la parte de la enseñanza euclidiana necesaria para llegar a los conceptos de punto, figura, recta, plano y espacio como construcción puramente mentales y generalizar las relaciones entre estos elementos hasta el punto”. Es por eso que los docentes debemos de impartir una enseñanza basándose en lo práctico, relacionándolo con nuestra realidad actual en que vivimos.

La geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras actuales sociedades (producción industrial, diseño, arquitectura, topografía, etc...). Por otra parte la forma geométrica es también un componente esencial del arte, de las artes plásticas, y representa un aspecto importante en el estudio de los elementos de la naturaleza.

Durante estos últimos años en todos los ambientes educativos hemos oído hablar de la importancia del aprendizaje de la geometría a partir de los primeros niveles educativos.

Pero, ¿cuál es el motivo de considerar el aprendizaje de la geometría tan importante o más que el de la aritmética?

La primera, y básica, constatación sería, que la geometría ayuda desde los primeros niveles educativos a la construcción del pensamiento espacial. Un niño desde que nace está en contacto con la naturaleza, mientras va creciendo va teniendo una noción del espacio que lo rodea.

El procesamiento de la información se puede elaborar de dos maneras diferentes según el hemisferio cerebral que la trate.

Desde hace dos décadas se han constatado las diferencias que puede haber entre el alumnado en el momento de procesar la información según la trate un hemisferio cerebral u otro.

El hemisferio cerebral izquierdo, el levohemisferio, procesa la información en forma de palabras o de pequeños códigos, trata la información recibida secuencialmente a razón de un bit cada vez, procesando elaboraciones detalladas desde las partes hasta el todo.

El levohemisferio es el centro del lenguaje, incluida la lectura-escritura.

Es importante constatar que la recepción y la descripción de las situaciones visuales se hace de forma hablada o escrita.

La actividad del levohemisferio se ocupa del procesamiento de la información en el nivel abstracto de lenguaje y palabras.

El niño que posee una prevalencia levohemisferio utiliza el lenguaje para resolver las primeras investigaciones, domina muy bien las operaciones de desarrollo secuencial.

El hemisferio derecho, el dextrohemisferio, tiene un comportamiento totalmente diferenciado del hemisferio izquierdo.

El dextrohemisferio procesa la información basándose en imágenes. En esta zona donde se procesan informaciones espaciales y visuales.

Hay que destacar el tratamiento de la información en su aspecto global.

El dextrohemisferio es el centro de la creatividad y la intuición. Este hemisferio memoriza hechos, que registra visualmente, y se comunica por medio de acciones e imágenes.

Veamos un ejemplo de la actuación del alumnado en función de que predomine un hemisferio u otro.

Ponemos encima de la mesa algunos objetos, y preguntamos: ¿cuántas cosas hay en la mesa?

El alumnado secuencial contará los objetos uno por uno antes de dar el resultado. En cambio, el niño o la niña con prevalencia dextrohemisferio enfocará los problemas de una vez y de forma global para llegar a la solución; este alumnado es más creativo y rápido en la resolución de actividades en la vida real; se imagina todas las situaciones y las puede <<ver>> mentalmente. No contará los objetos y dará el resultado correcto si puede dominar esta cantidad de objetos visualmente.

Tradicionalmente, nuestros currículos escolares tratan con mucha insistencia las actividades secuenciales, la utilización de normas para resolver problemas. Al mismo tiempo, nuestra sociedad otorga una gran importancia a las actividades levohemisféricas. Se da más importancia a expresar creaciones a partir de palabras que a partir de la imagen.

Esta importancia en relación con actividades del hemisferio izquierdo va en detrimento del desarrollo del hemisferio derecho.

Para desarrollar actividades del dextrohemisferio utilizaremos el tratamiento de cualquier actividad espacial con que se encuentre el alumnado. Éste es uno de los motivos más importantes del aprendizaje de la <<nueva geometría en todos los niveles educativos>>.

El niño y la niña con capacidades de destreza para todo lo que es espacial tendrá un competente esencial para la construcción del pensamiento matemático.

Dispondrá de unas habilidades espaciales que le permitirán realizar un cálculo numérico mediante imágenes, podrá realizar cálculo mental y reflexivo, y podrá prever o estimar (imaginar) cualquier tipo de problema.

### **2.1.6 UN ACERCAMIENTO EXPERIMENTAL, INTUITIVO A LA GEOMETRÍA.**

La enseñanza de la Geometría ha tenido tradicionalmente un fuerte carácter deductivo. En educación secundaria, la Geometría se ha venido apoyando en el lenguaje del álgebra, en el álgebra vectorial. En primaria, aún sin ese carácter algebraico, formal, se ha fomentado excesivamente el aprendizaje memorístico de conceptos, teoremas y fórmulas; la simple apoyatura de unos conceptos en otros previos; y la temprana eliminación de la intuición como instrumento de acceso al conocimiento geométrico, tratando de acelerar la adquisición de tales conceptos, teoremas y fórmulas, como si en ellas estuviera condensado el verdadero saber geométrico.

Las investigaciones sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico parecen indicar, no obstante, que éste sigue una evolución muy lenta desde unas formas intuitivas iniciales de pensamiento, hasta las formas deductivas finales, y que éstas corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que estamos considerando aquí. De manera que nosotros entendemos que en Educación Primaria hay que escapar de las interpretaciones deductivistas e ir a una geometría de carácter experimental, intuitivo.

El espacio del niño está lleno de elementos geométricos, con significado concreto para él: puertas, ventanas, mesas, pelotas, etc. En su entorno cotidiano, en su barrio, en su casa, en su colegio, en sus espacios de juego, aprende a organizar mentalmente el espacio que le rodea, a orientarse en el espacio.

Ese es el contexto que nos parece especialmente útil para desarrollar las enseñanzas geométricas, de una forma que resulte significativa para los alumnos. El estudio de su entorno próximo y familiar, por la motivación e interés que puede despertar y por ser fuente inagotable de objetos susceptibles de observación y manipulación.

A partir de situaciones que resulten familiares para los alumnos (recorridos habituales, formas de objetos conocidos...) y mediante actividades

manipulativas, lúdicas (plegado, recorte, modelado, etc), el profesor puede fomentar el desarrollo de los conceptos geométricos contemplados en el currículo de esta etapa educativa.

### **2.1.6.1 La geometría en la vida diaria**

La percepción mas profunda de las formas de la naturaleza, la cantidad de líquido que puede contener una vasija, la necesidad de restablecer los limites entre propiedades colindantes tras las inundaciones del Nilo y otras experiencias y necesidades llevaron a nuestros antepasados a reunir una cantidad considerable de conocimientos geométricos

El mundo en el que vivimos y nos movemos es un mundo de tres dimensiones representado a veces bidimensionalmente por medio de pinturas, dibujos y fotografías. Los libros de texto representan los objetos tridimensionales en un plano y esto, a lo que ya nos hemos acostumbrado, no resulta nada fácil de captar en un primer momento.

Las dos dificultades que encuentra el alumno en la representación del volumen son: la ocupación del espacio y la coordinación multiplicativa de las tres dimensiones. Dificultad esta última que surge al pasar medidas de longitud a medidas de volumen, esto es, de una a tres dimensiones y de no haber trabajado con los cuerpos sino con dibujos de los mismos. Otra dificultad que aparece en la representación bidimensional de objetos de tres dimensiones es las distintas interpretaciones que se pueden hacer de un dibujo.

El objetivo de dicha experiencia era el de favorecer el desarrollo de la intuición espacial mediante la realización de actividades que implican el paso de la representación plana a la construcción espacial y de la construcción espacial a la representación plana.

La geometría es la exploración del espacio. Un niño, desde su nacimiento explora el espacio. Al principio lo mira, después extiende sus miembros en él, y luego se desplaza. Le hace falta un tiempo bastante largo para desarrollar las ideas de perspectiva, de distancia, de profundidad; para adquirir nociones tales como dentro, y fuera. Cuando el niño llega a la escuela, algunos de estos procesos de desarrollo ya están iniciados, sólo falta animarlos y ampliarlos, multiplicando las experiencias ofrecidas a los niños. Pero, previamente el maestro tendrá que esforzarse en descubrir a qué nivel ha llegado cada niño, tomando individualmente, y qué conceptos ha adquirido ya.

En las primeras nociones al niño le interesa preocuparse en cosas como desplazarse en el espacio para hacer lo que desea. La topología es el estudio de las propiedades del espacio que no están afectadas por una deformación continua.

En la vida diaria los niños deben saber qué camino deben coger para regresar por ejemplo antes a su casa o al colegio. Pues bien, se les puede hacer un juego de rotación, basado en un trébol de 4 hojas, y se les dice qué clase de rotación hay que hacer para regresar a unos campos respectivos en un solo movimiento.

Los hechos, los sucesos que se observan en la naturaleza pueden, desde un cierto punto de vista ser clasificados en dos categorías:

continuos y discontinuos. Por ejemplo cuando se cuentan las manzanas de un cesto, entre una manzana y la siguiente no hay una cantidad continua. Lo mismo sucede entre los pasos que se andan por el camino, puesto que no hay ningún paso intermedio entre el primero y el segundo por el contrario muchos fenómenos de la naturaleza aparecen como continuos: el transcurso del tiempo, el crecimiento de una planta, etc. Pero, ¿cómo se puede medir el crecimiento? Por ejemplo.

Naturalmente el niño suele resolver estas cuestiones con un simple golpe de vista. Ve que la maestra es mayor que él y esto no le presenta ninguna dificultad. Cuando se es muy pequeño resuelven esas dudas gracias a los sentidos. Pero llega un momento en que se siente la necesidad de medir. Para ello se elige una cantidad unitaria arbitraria, y se mide el crecimiento o la valoración e función de esta unidad elegida.

Para entender mejor la medida, se les hace una serie de juegos como juegos conceptuales (más largo que, más corto que...); ordenación por tamaños; evaluación de distancias (si dejamos el armario grande en el rincón, ¿creéis que podría colocar mi mesa y el armario pequeño a lo largo de esta pared? por ejemplo 9 barras de un metro, 14 reglas de un decímetro, y 46 reglitas de un centímetro. Se les dice que cambien con otras medidas, si es necesario, de manera que tengan la misma longitud de madera y puedan medir la misma distancia total, peor con el menor número de piezas posibles.)

Además la Geometría la podemos encontrarla en el arte como el artista Leonardo da Vinci y Durero, a quienes la fascinación de la Geometría les consistió en su potencial para resolver problemas respecto a orden, proporción y perspectiva. También la observamos en edificios, esculturas en cualquier parte, todo es Geometría; hasta un folio de papel es geometría, la galaxia, el cuerpo humano, cualquier objeto es

geometría. Por ello es un pilar fundamental al cual no se le da toda la importancia que tiene.

### **2.1.7 LOS CONCEPTOS GEOMÉTRICOS, ABSTRACTOS Y DE DIFÍCIL ADQUISICIÓN.**

Los objetos geométricos básicos (punto, línea y superficie, paralelismo, ángulo, etc), son nociones aparentemente muy elementales, pero que en realidad son muy complejas, por su elevado nivel de abstracción.

La noción de punto, por ejemplo, es una buena muestra de ese carácter esencialmente abstracto de los elementos geométricos. El punto, como ente geométrico sin dimensiones, carente de forma o con una forma muy regular (esférica), simple indicador de la posición en el espacio, no existe en la realidad material. En la realidad todo ente material tiene un tamaño y una forma: por muy pequeño que dibujemos el punto siempre podrá dividirse en partes más pequeñas; si consideramos el punto esférico (o circular), esas partes que se obtienen al dividirlo dejan de tener esa forma esférica (o circular).

La rectitud tampoco existe en la realidad material. Cualquier línea material, contemplada con una lupa suficientemente potente, aparece llena de curvaturas.

La noción de paralelismo aparece para los alumnos como una noción difícil, por la infinitud de la línea recta. Los alumnos de estas edades no captan con facilidad el carácter infinito de la recta. En primer lugar por un problema de fijación mental derivada de sus propias percepciones. Y en segundo lugar por un problema de capacidad lógica, ya que el alumno se encuentra en estas edades en el período llamado por Piaget de «lógica concreta», en el que no cabe la consideración de entidades tan abstractas como la infinitud

Esta misma dificultad es la que aparece al considerar los ángulos. No les resulta fácil comprender la independencia del ángulo respecto a la longitud de

sus lados, en primer lugar por cuestiones de tipo perceptivo, y en segundo lugar por ese problema conceptual de la infinitud de la recta que se está señalando.

En realidad, estos ejemplos vienen a indicar la dificultad de enseñanza de la geometría en Primaria, por la contradicción existente entre el fuerte carácter abstracto de esta materia (que como toda disciplina matemática aparece como un sistema conceptual abstracto, formal, independiente de la realidad física) y la necesidad de aproximarla de una forma intuitiva, experimental a los alumnos, lo que obliga a una simplificación de sus elementos conceptuales.

## **2.2 LA EDUCACIÓN GEOMÉTRICA EN LOS PRIMEROS NIVELES**

### **2.2.1 ORIENTACION EN EL ESPACIO**

La orientación espacial, fruto de una paulatina organización mental del espacio exterior, es un objetivo central de la educación geométrica en los primeros niveles educativos: El espacio aparece para los niños pequeños como algo desestructurado, carente de una organización objetiva. Es un espacio subjetivo, ligado a sus vivencias afectivas, a sus acciones. Un espacio en el que los objetos carecen de una forma y un tamaño precisos, en función de la perspectiva con que se les contempla.

La organización lógica del espacio exterior, el desarrollo de una lógica geométrica, es básica para el adecuado desarrollo de la lógica general del individuo. Las capacidades lógicas que los niños conquistan en estas edades, como las de clasificar, ordenar, efectuar correspondencias, etc., a partir de las cuales construirán el edificio numérico y matemático posterior, se consiguen partiendo de una base lógica previa, que es geométrica en gran medida. Las clasificaciones, ordenaciones, etc., se hacen inicialmente de acuerdo con criterios muy simples, de carácter sensomotor, relativos, entre otros, a la forma, al tamaño, la distancia...

A partir del conocimiento del propio cuerpo y del adecuado desarrollo de la lateralidad, es importante en este primer ciclo progresar en la capacidad de

establecer puntos de referencia en el entorno que permitan al alumnado situarse y desplazarse por él, así como dar y recibir instrucciones de forma convencional partiendo siempre de un punto de vista propio (izquierda-derecha, giro, distancias, desplazamientos, etc.).

La percepción de un mismo objeto o lugar desde distintos puntos de vista, el recorrido periódico de las mismas distancias, los juegos de construcciones, etc., le van proporcionando unos datos necesarios para el conocimiento del espacio y de las relaciones entre los cuerpos que hay en él. Así se van formando las primeras nociones topológicas: junto- separado, abierto-cerrado, recto- curvo..., que constituyen la base sobre la que se asienta la progresiva estructuración del espacio y la orientación de las acciones y los objetos dentro del mismo. Las nociones de inclusión (abierto-cerrado, dentro-fuera, etc) constituyen la base para la construcción de las ideas de figura y cuerpo geométrico. Las nociones de proximidad (cerca-lejos, junto-separado, etc) constituyen la base para la construcción de las ideas de longitud y distancia.

A partir de aquí, aprende a distinguir formas, a calcular objetivamente distancias y longitudes y a determinar las posiciones de los cuerpos en el espacio. Hay que tener en cuenta que el niño, hasta los 12 años aproximadamente, no es capaz de generalizar, y que el conocimiento que obtenga de formas, magnitudes y posiciones no le lleva a deducir cualidades o leyes generales.

### **2.2.2 EL JUEGO PSICOMOTRIZ**

El juego psicomotor, centrado en la exploración del espacio a partir del propio cuerpo, de una forma lúdica y activa, representa una metodología de enseñanza apropiada para este objetivo de organización espacial. La introducción de cualquier tema matemático nuevo se puede iniciar mediante una sesión de psicomotricidad. Esta suele tener una fase inicial de juego estrictamente sensomotor, de movimiento libre por el espacio, inducido por una música apropiada, en la cual el material básico es el propio cuerpo.

Es una fase en la que se va tomando contacto con el espacio exterior, con los objetos, con las personas que lo conforman, de una forma espontánea y creativa; una fase que da lugar a situaciones de juego colectivo.

Posteriormente conviene introducir materiales didácticos que ayudan al establecimiento de relaciones espaciales específicas, de acuerdo con el tema geométrico elegido como objetivo del aprendizaje y que pueden inducir la reflexión sobre aspectos determinados de dicho tema. Finalmente, una propuesta adecuada de actividades complementarias, de problemas suscitados a partir del uso de esos materiales, puede cerrar el desarrollo del tema.

El juego psicomotor pueden implicar conceptos de cierta potencia geométrica. Así, por ejemplo, juegos de recorrido manteniendo la igualdad de distancias a dos puntos fijos pueden inducir la noción de mediatriz. Jugando con la igualdad de distancias a dos rectas secantes, la de bisectriz. Con la igualdad de distancias a una línea recta, el paralelismo. Con la igualdad de distancia a un punto y una recta, la parábola... De forma que no tiene que ser contemplado como apropiado sólo para niños muy pequeños.

## **2.3 UTILIZACIÓN DE MATERIALES Y RECURSOS DIVERSOS EN GEOMETRÍA.**

El material didáctico desempeña un papel primordial en la metodología de enseñanza. Hay que diferenciar entre el material pensado para ser usado en las sesiones de psicomotricidad, en una sala espaciosa, amplia, y el material pensado para ser utilizado en el aula normal de clase, sobre los pupitres. Respecto al tipo de material podemos destacar en primer lugar:

### **2.3.1 MATERIALES TÍPICOS DE PSICOMOTRICIDAD**

Materiales típicos de psicomotricidad, como cuerdas, aros, pelotas, papel, etc., que además de su valor específico para el juego psicomotriz tienen también interés para el desarrollo de conceptos geométricos. Por ejemplo, las cuerdas pueden ser utilizadas para la construcción de líneas, caminos, redes, etc.; los aros

para la formación de circunferencias, cilindros, conos, para juegos de giros, etc.; las pelotas para materializar esferas, para juegos de giros, para juegos trayectorias, etc; el papel para formar diferentes formas superficiales, para formar las caras de los poliedros construidos con otros materiales etc. En realidad, muy diferentes materiales de uso habitualmente no matemático puede ser usado en contextos matemáticos, a poco que se fuerce la imaginación.

### **2.3.2 MATERIALES PARA SER USADOS EN EL AULA**

Un material estructurado, especialmente diseñado para estos fines, es el de los polígonos y poliedros articulados. Se trata de varillas de madera, de longitudes diferentes (variando de decímetro en decímetro, desde uno hasta diez, hasta completar el metro), que pueden ser unidas por articulaciones flexibles o rígidas. Las articulaciones flexible se pueden conseguir al mantener juntos, con un nudo de alambre, pequeños trozos de tubos de goma, en cuyas bocas conectan varillas de madera, con lo que se obtiene en vértice de una estructura poliédrica.

### **2.3.3 MATERIALES COMPLEMENTARIOS DE MESA**

Como materiales complementarios de mesa, para utilizar en el aula, se pueden introducir por un lado materiales de uso corriente (en principio no matemático), y por otro materiales especialmente diseñados para la enseñanza de la geometría. Dentro del primer tipo podríamos citar palillos, varillas de madera, cuerdas, alambres, pajitas de refrescos, plastilina, corcho, etc, con los cuales se pueden construir, también, estructuras poligonales y poliédricas.

### **2.3.4 MATERIALES DE USO ESPECIFICAMENTE GEOMÉTRICO**

Destacamos básicamente el geoplano y los poliedros troquelados. El geoplano permite formar, con gomillas pequeñas, figuras equivalentes a las que resultan en el juego psicomotor con las cintas elásticas, y dar una continuidad, ya en el plano de la reflexión teórica, a las actividades de carácter lúdico. Los poliedros troquelado, combinaciones libres de polígonos (materializados en cartulina), mediante uniones muy simples, para formar poliedros, permiten dar

una réplica sencilla, en el aula, en el terreno de la reflexión teórica, a la fase lúdica inicial de construcción de poliedros. El tangram es muy útil para estudiar la equivalencia de superficies y las relaciones perímetro, área.

## 2.4 REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS

La organización mental del espacio exterior aconseja, llegado su momento, la introducción de sistemas de representación gráfica y plástica de dicho espacio.

Desde un primer momento es importante introducir el dibujo como una forma de interiorización de la actividad geométrica. Por ello, cualquier situación de juego psicomotriz y de manipulación de material didáctico, debe concluir con la expresión gráfica de la situación mediante un dibujo.

Es importante la representación con diferentes perspectivas, que ayude a una visión más objetiva de la realidad exterior.

### 2.4.1 LOS PLANOS

Un sistema de representación de gran utilidad formativa son los planos. Los planos intentan representar con la máxima precisión los objetos del espacio exterior. Pueden dar lugar a situaciones lúdicas, como juegos de escondite y búsqueda de objetos en un espacio amplio (como el salón de clase, el patio del recreo, el jardín, etc). En esos juegos pueden plantearse actividades tales como:

- Comparar el plano con la realidad.
- Situar distintos elementos.
- Reproducir un recorrido real sobre el plano y viceversa.
- Buscar recorridos equivalentes entre dos puntos determinados.
- Buscar el recorrido más corto entre dos puntos.
- Definir las pistas para ir de un lugar a otro.

Los planos pueden enriquecerse con la introducción de coordenadas, lo que hace más sofisticado y preciso el sistema de representación.

Las coordenadas pueden introducirse con juegos como el de los «barquitos» (figuras a las que hay que hundir mediante disparos de los que se indican sus coordenadas).

Posteriormente puede ampliarse el estudio de los planos, considerando planos callejeros, donde se pueden realizar actividades tales como:

- Situarse y orientarse sobre el plano empezando por las zonas conocidas, ya sea el barrio de la escuela o de la propia vivienda.
- Buscar y situar sobre el plano tiendas conocidas, viviendas de los compañeros, farmacia, cine, etc.
- Representar itinerarios equivalentes para ir de casa al cine, de la escuela al parque, etc.
- Realizar un recorrido indicado sobre el plano o viceversa; explicar sobre el plano un recorrido realizado.

#### **2.4.2 LOS MAPAS**

Puede ampliarse el estudio con la introducción de mapas, con actividades tales como:

- Saber situarse sobre el plano.
- Buscar poblaciones, ríos, montañas, etc.
- Reconocer las vías principales de las secundarias, autopistas, vías férreas,
- Buscar itinerarios entre dos poblaciones o dos puntos.
- Buscar itinerarios alternativos: por autopista, carretera nacional, provincial, caminos, etc.
- Buscar el itinerario más corto en kilómetros o en tiempo.
- Dada una población, buscar posibles excursiones a un radio determinado de kilómetros.
- Orientarse sobre el terreno con la ayuda del mapa y de la brújula.
- Considerar la escala en los mapas.
- Comparar mapas con distintas escalas.

## 2.5 CONOCIMIENTO DE FIGURAS Y CUERPOS GEOMÉTRICOS.

### 2.5.1 FIGURAS GEOMÉTRICAS

¿Qué es una Figura? un objeto ideal. Las figuras geométricas no existen. Lo que nosotros “vemos” son representaciones de ideas concebidas en ese espacio imaginado

¿Qué es un dibujo? la representación del objeto ideal. Puede hacerse con gráficos en el pizarrón, cuaderno, graficador de una computadora, etc.

No debemos confundir el objeto ideal con su representación.

Se denomina figuras geométricas al conjunto de líneas que sirven para demostrar una posición, resolver un problema o representar un cuerpo o una superficie limitada. Puede resumirse, como el conjunto de puntos que adoptan una forma determinada. Son figuras geométricas: las rectas, los planos y todas las combinaciones de estos.

La figura es un objeto ideal y el dibujo es la representación de ese objeto. Los dibujos deben ser empleados para reconocer las figuras, identificar sus características y establecer relaciones entre sus elementos.

Es común que, frente a la necesidad de solucionar algún problema recurramos al dibujo para clarificar dicha situación. Muchas veces los docentes cometemos muchos errores al emplear los dibujos, o los rectángulos tienen siempre lados desiguales, o los triángulos siempre están “apoyados” sobre uno de sus lados, o si se presenta un triángulo rectángulo se “apoya “ sobre uno de sus catetos, de manera que la hipotenusa siempre tendrá una posición diagonal, o Los cuerpos siempre se “apoyan” sobre las caras llamadas bases.

De esta forma, los niños creen que las figuras cambian al desplazarse, que la característica del rectángulo está en relación con los lados, tienen dificultades para reconocer figuras ubicadas en distintas posiciones, convirtiéndose en verdaderos obstáculos.

Las figuras geométricas se clasifican en dos grupos:

- a) Figuras planas                      Aquellos que tienen todos sus puntos en un mismo plano.
- b) Figuras del Espacio              Aquellos cuyos puntos no están todos en un mismo plano.

Se puede comenzar por la localización de figuras geométricas en el entorno real, su observación y detección de los elementos que las conforman.

## 2.5.2 LOS CUERPOS GEOMETRICOS

Se denominan cuerpos geométricos a aquellos elementos que, ya sean reales o ideales, que existen en la realidad o pueden concebirse mentalmente — ocupan un volumen en el espacio desarrollándose por lo tanto en las tres dimensiones de alto, ancho y largo; y están compuestos por figuras geométricas.

Los cuerpos geométricos son entes geométricos, es decir no tienen existencia real. Cuando hablamos del espacio geométrico, hablamos de un espacio puntual, no de un espacio físico. Ninguna figura geométrica tiene existencia real, lo que hacemos al dibujar un cuadrado, un triángulo, etc, son representaciones de dichas figuras.

Veamos algunas definiciones importantes.

Figura. Todo conjunto de puntos.

Cuerpo. También llamado sólido

Figura tridimensional, posee alto, largo y espesor (ancho, largo y alto), pueden diferir los términos para nombrar sus distintas dimensiones, pero su característica es la tridimensionalidad.

Para el conocimiento de los cuerpos geométricos tridimensionales un material didáctico muy adecuado son los poliedros articulados y poliedros troquelados, a continuación daremos algunas definiciones.

### 2.5.2.1 Definiciones

**Arista.** Segmento donde se encuentran dos caras de un sólido.

**Vértice.** Punto de intersección de dos o más lados (caras).

**Bases.** Son los lados inferiores de un sólido

**Polígono.** Figura cerrada formada por tres o más segmentos de recta.

**Sólidos.** Figuras del espacio que tienen tres dimensiones (largo, ancho, alto).

**Prismas.** Sólido con dos bases, las cuales son regiones poligonales y congruentes. Sus caras son figuras planas.

**Pirámide.** Sólido con una sola base poligonal, cuyas caras son todas triangulares y se encuentran en un solo punto.

**Cilindro.** Sólido cuyas bases son dos círculos paralelos y congruentes

**Cono.** Sólido con una sola base circular y un vértice.

**Esfera.** Sólido cuyos puntos se encuentran a la misma distancia de su centro

**Poliedro.** Son las figuras del espacio cuyas superficies (caras) son todas planas y congruentes.

### 2.5.2.2 Clases de cuerpos geométricos

Se distinguen dos clases de cuerpos geométricos:

- **Los poliedros** — o cuerpos planos, que son cuerpos geométricos compuestos exclusivamente por figuras geométricas planas; como por ejemplo el cubo;
- **Los cuerpos redondos** — que son cuerpos geométricos compuestos total o parcialmente por figuras geométricas curvas; como por ejemplo el cilindro, la esfera o el cono.

## 1. Los poliedros

Los poliedros son cuerpos geométricos que están compuestos exclusivamente por superficies planas, que se denominan caras del poliedro. Se distinguen dos clases de poliedros:

- **Los poliedros regulares** — en los cuales todas las caras son iguales.
- **Los poliedros irregulares** — en los cuales no se trata de que todas sus caras sean distintas, sino de que tienen caras que comprenden más de un tipo de figuras planas (por ejemplo, una piedra preciosa tallada, o los caireles de una lámpara).

### a. Los poliedros regulares

**El cubo** — que está compuesto por seis caras cuadradas; motivo por el cual se le conoce también con el nombre de exaedro regular, (exaedro = cuerpo con 6 caras).

**El tetraedro regular** — compuesto por cuatro caras con forma de triángulos equiláteros.

**El octaedro regular** — compuesto por ocho caras con forma de triángulos equiláteros, en forma de dos pirámides unidas por su base.

**El icosaedro regular** — compuesto por veinte caras con forma de triángulos equiláteros, que tiene un eje plano exagonal.

**El dodecaedro regular** — compuesto por doce caras con forma de pentágono.

**b. Los principales poliedros irregulares.**

Los principales poliedros irregulares son:

- **El prisma** — que está compuesto por caras laterales rectangulares (que pueden ser cuadradas); y bases con forma de triángulo, cuadrado (salvo cuando las caras también lo son, en cuyo caso es un cubo), pentágono, exágono u otro polígono regular.
- **El prisma oblicuo** — que es similar al prisma, pero con dos lados de forma romboidal; por lo cual solamente puede tener bases cuadradas.
- **La pirámide recta** — compuesto por una base con forma de polígono regular, y lados triangulares cuya base son los lados del polígono, y unen todos sus vértices en un mismo punto, también llamado vértice de la pirámide; el cual se encuentra sobre la perpendicular a la base que pasa por su centro.

**2. Los principales poliedros redondos.**

Los principales poliedros redondos son:

- **El cilindro** — que está compuesto dos bases circulares y una superficie curva continua, equivalente a un rectángulo.
- **El cono** — compuesto por una base circular, y una superficie curva que la rodea y se une en un vértice que se encuentra sobre la perpendicular a la base que pasa por su centro.

- **El cono truncado** — que siendo similar a un cono, tiene una base conformada por un plano inclinado, con lo cual adopta una forma de elipse.
- **La esfera** — que es circular en todos sus planos centrales.
- **La semiesfera** — que es una esfera que ha sido cortada por uno de sus planos circulares, de manera que tiene una base circular y una cúpula.
- **La pirámide inclinada** — similar a la anterior, pero cuyo vértice se encuentra sobre una perpendicular a la base que no pasa por su centro.

Los alumnos pueden establecer ordenaciones y clasificaciones, según criterios sencillos, aprendiendo los términos que designan las figuras, elementos y relaciones geométricas más comunes: vértices, caras, aristas, polígonos, circunferencia, cubo, esfera... Se trata de que los incorporen a su vocabulario, utilizándolos con propiedad en las descripciones de objetos y situaciones.

En el último ciclo se deben iniciar los conocimientos sobre las relaciones de igualdad, perpendicularidad y simetría, ángulos, etc. Así mismo aplicar las nociones de medida, de longitud y superficie, aproximándose de manera intuitiva al cálculo de áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos sencillos.

### 2.5.2.3 Conocimiento de figura Bidimensional

Para el conocimiento de figuras bidimensionales, un material didáctico especialmente valioso es el geoplano. Actividades potenciales con el geoplano son:

- Construir distintos tipos de polígonos y analizar sus características para la posterior clasificación, atendiendo a distintos criterios: número de

lados, igualdad o no de los mismos, tipo de ángulos, concavidad, convexidad.

- Descomponer polígonos.
- Triangular polígonos.
- Transformar polígonos sobre el geoplano: traslaciones, giros, simetrías.
- Calcular el área y el perímetro de los polígonos. También se puede utilizar el tangram. Como actividades:
- Componer polígonos con todas las piezas del tangram o con parte de ellas.
- Analizar los polígonos obtenidos de acuerdo con sus características.
- Clasificar polígonos.
- No se debe excluir el uso de materiales tradicionales, como reglas y compas, para realizar diversas construcciones geométricas.
- Para estudiar las simetrías de las figuras se puede utilizar el plegado de papel (papiroflexia). Con este material se puede:
- Construir un ángulo recto, rectas perpendiculares y paralelas.
- Construir distintos tipos de polígonos: cuadrado, rectángulo; triángulo equilátero, isósceles, rectángulo...; hexágono regular, octágono regular...
- Buscar la mediatriz de un segmento.
- Buscar la bisectriz de un ángulo.
- La simetría de las figuras se puede estudiar también con ayuda de espejos. Actividades concretas con espejos pueden ser:
- Situar una figura plana frente a un espejo y analizar los resultados.
- Situar una figura plana a cierta distancia de un espejo en distintas posiciones y analizar los resultados.
- Colocar un espejo sobre los distintos polígonos y buscar sus ejes de simetría. Relacionar la existencia de los ejes de simetría con la regularidad de los polígonos.
- Componer dibujos simétricos a partir de un polígono y un espejo.
- Situar segmentos o líneas frente a dos espejos en ángulo y estudiar las figuras que se generan. Relacionar los cambios de las figuras obtenidas en función de los cambios en la posición de los dos espejos.

- Situar figuras planas frente a dos espejos en ángulo y estudiar las figuras que se generan.
- Comprobar la simetría de un dibujo a partir de una figura plana y dos espejos.
- Analizar las variaciones de imagen de una figura plana en función de la distancia que guarde en relación a los dos espejos.
- Con la fotocopidora, se puede estudiar las relaciones de semejanza entre figuras. En particular:
- Realizar ampliaciones y reducciones de segmentos. Medir los segmentos antes y después de las transformaciones y establecer la relación con las ampliaciones y reducciones efectuadas.
- A partir de dibujos de polígonos regulares realizar ampliaciones y reducciones. Establecer comparaciones entre las medidas de lados y ángulos antes y después de las transformaciones.
- Ampliar dibujos realizados a mano sobre cuadrículas u otras tramas.

MOSAICOS. Representan un excelente modo de conectar geometría y arte.

Se puede plantear experimentalmente la construcción de mosaicos combinando polígonos regulares y tratar de que los estudiantes razonen por qué hay un número fijo de modelos, analizando los ángulos coincidentes en los vértices de los mosaicos.

Se puede estudiar la simetría de los mosaicos, con ayuda de espejos.

## 2.6 CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

Como advertencia de carácter general, diré que todas las actividades para la clase de matemáticas deben tener un comienzo basado en uso de material didáctico. La construcción del conocimiento exige la creación de imágenes mentales en el proceso de interiorización y asimilación de los problemas, así como en el de búsqueda de soluciones; la manipulación de objetos, la visualización de ciertas imágenes, la construcción de formas, etc.

### **2.6.1 TRABAJO EN GRUPO**

La utilización de recursos obliga a trabajar en grupo, tanto por problemas de cantidad de material, no hay suficiente para que cada estudiante trabaje individualmente, como de espacio, e incluso la imposibilidad de que el profesor atienda a todos los estudiantes individualmente. Esto, lejos de ser un inconveniente, podemos convertirlo en un factor que influya positivamente en el aprendizaje de los estudiantes.

La organización de la clase favorece en el intercambio de ideas entre el profesor y los estudiantes y entre los mismos estudiantes que han de exponer argumentos para explicar sus ideas, convencer a otros, confrontar opiniones y atender a perspectivas distintas a la propia.

La interacción entre los estudiantes es más fructífera que la que se da entre profesor y estudiante. Por un aparte se da sin la medición de la autoridad moral o intelectual del profesor, lo cual redundará en la autonomía de los estudiantes. Por otra, cuando un estudiante tiene que defender sus soluciones ante sus compañeros habrá de clarificar mejor sus ideas y organizar sus pensamientos de forma más coherente y precisa.

El juego es un tipo especial de recurso didáctico en las matemáticas porque da al estudiante una razón propia para hacer matemáticas y, lo que es más importante, porque la realimentación no proviene de las correcciones del profesor sino de los compañeros y de uno mismo. Los estudiantes comprueban mutuamente sus pensamientos y aprenden que pueden pensar por sí mismos.

### **2.6.2 EL PAPEL DEL PROFESOR**

El papel del profesor también ha de ir transformándose, de ser el que posee las respuestas pasa a diseñador de las actividades de aprendizaje y a ser el que anima y dirige los trabajos de los estudiantes, el que modera y coordina los debates. Es el que recoge las preguntas que hay en la clase y las transforma para ponerlas al alcance de la mayoría de los estudiantes. Aporta ideas pero no da soluciones y contribuye a crear la conciencia en la clase de que son los

estudiantes los que saben y los que tienen respuestas para los problemas planteados.

C Kamii (1985) Resume de forma gráfica este estilo de enseñanza cuando relata la conversación entre dos estudiantes mientras trabajaba en la tarea propuesta: “No se lo preguntes a la profesora, te va responder ¿y tú que piensas?”. P. Halmos (1991) Añade:

Lo que se puede enseñar es la actitud correcta ante los problemas y enseñar a resolver problemas es el camino para resolverlos [...] El mejor método no es contarles cosas a los alumnos, sino preguntárselas y mejor todavía instarles a que se pregunten ellos mismos. Citado por Xelo Calvo Penadés en su libro la geometría p. 38.

Hay una tendencia bastante generalizada entre el profesorado de matemáticas a considerar que la utilización de recursos en las clases corresponde a niños pequeños, como mucho a estudiantes de bajo rendimiento. Este es un planteamiento que contradice la realidad de muchas clases. Como señala el informe Cockroft (1985):

Tan perjudicial resulta insistir en que un estudiante continúe empleando material práctico para un proceso que comprende y puede desarrollar mediante símbolos, como esforzarse porque otro pase a la representación por medio de diagramas o símbolos, cuando aún no esta en condiciones de llevar a cavo la tarea con material práctico. Citado por Xelo Calvo Penadés en su libro la geometría p. 38.

En la utilización de recursos no sólo hay que reflexionar sobre cómo y cuando utilizarlos, sino también son obligadas otras preguntas: cómo y cuándo dejarlas de lado para pasar a otros recursos menos figurativos o simplemente no utilizarlos ninguno.

### **2.6.3 PLANTEAMIENTOS DIDACTICOS**

Los planteamientos didácticos más frecuentes son dos:

- Qué puedo utilizar para que los estudiantes aprendan un determinado contenido matemático. En este caso la tarea del profesor consiste en

seleccionar el material más adecuado, analizar los aspectos que se trabajan mejor con el y cuales quedan incompletos para intentar cubrirlos con otros materiales.

- Qué puedo hacer con un determinado material. Cuales son las preguntas que por el hecho de utilizar ese recurso son las que saldrán a relucir en el trabajo de los estudiantes, como ponerlas al alcance de las capacidades de esos estudiantes, qué puedo sugerir cuando surja tal cuestión.

En cualquiera de las dos formas de trabajo el recurso no constituye un fin en sí mismo, no es más que un medio para el aprendizaje, cuyo fin es el de servir de intermediario en el conocimiento matemático y los estudiantes.

## **2.7 POR QUE ENSEÑAR GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

El aprendizaje de la Geometría tiene tres finalidades importantes.

1. El desarrollo de habilidades de razonamiento lógico.
2. El desarrollo de las nociones espaciales.
3. La adquisición de conocimientos específicos.

Estos tres fines deben ser considerados al estructurar una estrategia metodológica. Recopilado de:

[http://www.rmm.cl/index\\_sub.php?id\\_seccion=2252&id\\_portal=352&id\\_contenido=11339](http://www.rmm.cl/index_sub.php?id_seccion=2252&id_portal=352&id_contenido=11339).

El concepto de espacio no es innato, se desarrolla en forma paulatina en el niño desde su nacimiento. Por esta razón, el niño no llega a la escuela con carencias absolutas acerca de esquemas espaciales. Las experiencias preescolares de los niños son muy diversas en esta materia y el profesor debe conocerlas.

Por otro lado la representación del espacio surge principalmente como resultado de manipulaciones activas, acciones que el niño realiza en el ambiente espacial. Se ejecutan con objetos situados en el espacio. En un principio manipula esos objetos, los cambia de lugar, con actividades que paulatinamente van adquiriendo un grado mayor de estructuración.

Al percibir el niño una relación en estas acciones pone en juego su pensamiento intuitivo que en el aprendizaje de la geometría tiene un rol protagónico. Esta intuición se ve favorecida por las imágenes, sean visuales o mentales

El aprendizaje de la geometría no sólo integra al niño a su espacio físico, logrando así un desempeño más exitoso en el mundo que le rodea, sino que es una excelente herramienta para acercarlo y motivarlo al campo de la aritmética.

Para ello es necesario que las actividades programadas para incentivar el aprendizaje de la geometría sean variadas y dinámicas, que de la motricidad se pase a la manipulación, a la descripción, a la representación y a la creación, preparándole camino a la búsqueda de relaciones geométricas y a la adquisición de los respectivos conceptos.

Por otra parte, debemos tener siempre presente que la Geometría en la enseñanza básica contribuye a desarrollar habilidades y técnicas útiles para el niño en un futuro cercano; a comprender mejor el mundo; a pensar en forma reflexiva, ordenada y lógica; a utilizar el lenguaje en todas sus dimensiones; a captar algunos aspectos estéticos, en fin a relacionar diversos aspectos del saber tales como historia, arte, ciencia, técnica, etc.

En consecuencia, debemos preguntarnos ¿cómo debe ser la enseñanza de la Geometría en el nivel básico? Esta debe ser formativa; respetando los aspectos psicomotrices del alumno, activa, personalizada, original, apoyándose en las vivencias significativas del niño. Debe incluir explicaciones lógicas, pero simples que infieran orden, preocupación, organización.

Las actividades de clasificar, ordenar, seriar, comparar, describir son fundamentales para desarrollar el pensamiento ordenado y lógico en el niño. No debe ser el profesor el que impone las clasificaciones o el que desarrolla las actividades y da las conclusiones, sino por el contrario es el alumno quien descubre las formas de

clasificación, las características de las figuras y cuerpos y quien se aproxima a las definiciones y conjetura algunas de sus propiedades.

Consideramos que la enseñanza de las matemáticas es fundamental y útil a lo largo de nuestra vida, por lo que no es el aprendizaje de una asignatura más sino es un proceso complejo que va a incidir en la formación del alumnado. El enseñar matemáticas no es tarea fácil, en ninguna de las etapas formativas de la vida del individuo. Pero es mucho menos fácil en la etapa infantil, puesto que las características del educando están aún por explotar, por desarrollar, etc..., pero también es verdad, que precisamente el aprender matemáticas va a contribuir al desarrollo de esas características. Por lo tanto es importante, que desde pequeños se inculquen o se intenten inculcar distintos conceptos en el alumno. Y la forma de hacerlo no es a través de una enseñanza magistral o de un aprendizaje poco participativo, sino que el niño debe conocer, rodearse, descubrir todos los nuevos elementos que se presentan ante él. A través de su lógica, la propia de su edad, y con la ayuda, por supuesto, del docente, debe transformar todo eso en "algo" que el alumno sea capaz de aprovechar, "algo" a lo que el alumno le encuentre un sentido, pero que el mismo se lo debe de dar.

La geometría es contenido de la asignatura de matemáticas y como tal debe tratarse en la Educación Primaria, porque permite desarrollar en el alumnado capacidades que le sirvan para adquirir de manera más provechosa los conceptos.

A veces sucede que los docentes, algunos, no saben discernir ciertos pasos que se dan a lo largo del proceso, y no están cualificados para impartir una asignatura de gran peso en la formación del individuo. De ahí puede derivarse que algunos no sean capaces de ver y reconocer la utilidad y la importancia de las matemáticas en la vida. Y es que las matemáticas no son sólo sumar, restar, multiplicar y dividir, las operaciones aritméticas básicas, sino que es un conjunto de elementos categorizables y categorizados que se establecen en la adquisición del aprendizaje.

Es función diaria del docente, preocuparse por el proceso que viven sus alumnos, puesto que de su enseñanza se deriva que sean capaces de aprender matemáticas, y no de forma memorística, técnica o modelo educativo que no debería

utilizarse en ningún campo formativo, porque es contradictorio a lo que entendemos por aprendizaje.

Podríamos decir que el enseñar matemáticas, no es dejar al alumno libre y que explore y toque formas, o que manipule objetos, que los cuente, que investigue ciertas de sus propiedades, que sin duda también se trata de eso, al menos así entendemos su enseñanza. A parte de esto es también un proceso continuado, al cual debemos prestarle mucha atención como maestros(as), porque estamos haciendo una base sobre la que se fundamentarán otra serie de conceptos, debido precisamente a la categorización y al orden.

## **2.8 DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN LOS NIÑOS**

Se ha estudiado la evolución del pensamiento geométrico en los niños de corta edad. Un autor, Holowey recopilado de:

<http://gabinetedeinformatica.net/wiki/index.php/Trabajo>.

Clasificó este pensamiento atendiendo tres estadios: el del espacio vivido, el del espacio percibido y el del espacio concebido.

### **2.8.1 ESPACIO VIVIDO**

Es el que manejan los niños de corta edad, hasta los 3 ó 4 años. Es ese espacio que los niños recorren, tocan, palpan, sienten, y que generalmente está relacionado con espacios pequeños: el aula, los rincones, el estar debajo de la mesa.

### **2.8.2 ESPACIO PERCIVIDO**

Es la posibilidad que tienen los niños un poco mayores de comprender el espacio sólo por su percepción visual (recordemos que el 85 % de la información que recibimos es visual. Es la posibilidad que tienen los chicos de recorrer el patio sin caminarlo, de decir que algo está lejos solo con verlo. A través de las diferentes edades se van a tener percepciones distintas, ya que éstas van ligadas al caudal de información que se va integrando.

### **2.8.3 ESPACIO CONCEVIDO**

Es el espacio que los niños van construyendo y está formado por todas las concepciones, imágenes, conceptos geométricos que les permiten ya no tener que tocar el espacio, no tener que verlo, sino simplemente imaginarlo,. En este estadio, el niño puede explicar un recorrido sin verlo.

Cuando un niño, para ir de un lugar a otro, necesita recorrerlo, está en la etapa del espacio vivido. Si necesita ver el recorrido, está en el espacio percibido. Cuando está en la etapa del espacio concebido, puede explicar un recorrido sin verlo.

## **2.9 PLANIFICACIÓN DE UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO**

Para tomar decisiones eficaces sobre el currículo, la instrucción, la evaluación y la corrección en matemáticas, los educadores deben tener en cuenta con toda atención la psicología del niño. La enseñanza que pasa por alto la manera real de aprender las matemáticas por parte de los niños puede impedir el aprendizaje significativo, provocar problemas de aprendizaje y fomentar sentimientos y creencias debilitadoras.

La teoría cognitiva ofrece un marco de referencia más sólido para la toma de decisiones prácticas que se exige de los enseñantes de matemáticas.

### **2.9.1 CONCENTRARSE EN ESTIMULAR EL APRENDIZAJE DE RELACIONES**

La enseñanza basada en la pura memorización presenta graves límites y defectos. Los niños suelen olvidar la información aprendida de memoria, casi siempre después de un examen. Es posible que el aprendizaje de relaciones produzca más "transferencia" que la memorización.

### **2.9.2 CONCENTRARSE EN AYUDAR A LOS NIÑOS A VER CONEXIONES Y A MODIFICAR PUNTOS DE VISTA**

Las mentes infantiles no son simples recipientes vacíos que deben llenarse con información. Los tipos más importantes de aprendizaje implican

aprendizaje significativo o comprensión, es decir, cambios en la manera con que un niño piensa en un problema o trata de solucionarlo.

### **2.9.3 PLANIFICAR TENIENDO EN CUENTA QUE EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO REQUIERE MUCHO TIEMPO.**

Es frecuente que los niños puedan memorizar datos y procedimientos en seguida y en base a un programa preestablecido. En consecuencia, tanto los alumnos como los maestros experimentarán mucha menos frustración si se asigna un tiempo adecuado para la asimilación y la integración del conocimiento.

### **2.9.4 ESTIMULAR Y APROVECHAR LA MATEMÁTICA INVENTADA POR LOS NIÑOS**

Los niños no imitan pasivamente a los adultos, sino que inventan sus propios medios para enfrentarse a las tareas matemáticas. Siempre que sea posible, se debe mostrar la conexión existente entre la matemática inventada por un niño y la instrucción escolar.

### **2.9.5 TENER EN CUENTA LA PREPARACIÓN INDIVIDUAL**

Los conocimientos que tiene un niño en un momento dado tienen una importancia relativamente escasa para la memorización, pero desempeñan un papel crucial en el aprendizaje significativo. Es poco probable que se de un aprendizaje significativo si un niño no tienen los conocimientos necesarios para asimilar una nueva enseñanza.

### **2.9.6 EXPLOTAR EL INTERÉS NATURAL DE LOS NIÑOS EN EL JUEGO**

El juego es el vehículo natural de los niños para explorar y dominar su entorno. Los juegos pueden proporcionar una vía interesante y significativa para aprender gran parte de las matemáticas elementales.

## 2.10 COMO ABORDAR LA MALA INTERPRETACIÓN DE LOS NIÑOS

Como las matemáticas escolares se asimilan en función del conocimiento existente, el conocimiento informal puede limitar la comprensión de la matemática formal por parte de los niños o interferir con él.

Es importante que los educadores sean conscientes de las malas interpretaciones o "puntos ciegos" que suele producir el conocimiento informal de los niños. De esta manera, la enseñanza inicial puede ajustarse para minimizar las dificultades de aprendizaje.

El aprendizaje significativo de técnicas depende de aprender conceptos y de conectar símbolos o procedimientos a estos conceptos.

Los maestros pueden hacer que la instrucción formal sea más significativa conectando símbolos escritos o definiciones con los conceptos informales de los niños.

Es esencial que los educadores sepan cómo cultivar y aprovechar el conocimiento informal de los niños.

Es importante proporcionar a los niños las oportunidades de descubrir relaciones esenciales de una manera informal. Se deberá ayudar a los niños a que vean que la matemática formal es, en muchos casos, una manera de representar lo que ya saben.

Todas las actividades que los alumnos realizan con las figuras geométricas en los primeros años de su escolaridad son muy necesarias pero para que más adelante puedan:

Abordar el estudio de los movimientos como funciones en el plano o en el espacio de dimensión 3

Justificar las construcciones geométricas que realizan con regla y compás

Trabajar con Lugares Geométricos

Deben haber tenido otro tipo de experiencias previas que les permitan considerar a las figuras no solo en forma global sino como conjuntos de puntos. Por eso

es muy importante que el niño observe, clasifique, manipule las figuras que tiene al alcance, en su entorno, ya sea en la escuela, en su casa o en su barrio, etc. La situación propuesta al trabajar con círculos y rectas nos sirvió como ejemplo.

Allí también vimos la necesidad de presentar a los alumnos familias de figuras y no figuras aisladas para poder establecer y descubrir relaciones entre ellas.

Nuevamente un ejemplo puede ayudar a que comprendan el concepto de clase. Cuando les pedimos a los alumnos que dibujen un triángulo, les haremos notar que no estamos pensando en el triángulo particular que cada uno dibujó en su hoja o en el que se dibujó en el pizarrón, sino en toda una clase, la clase de los triángulos y que cualquiera de esos dibujos muestra uno de los posibles representantes de esa clase.

¿Cómo hacer para presentar familias de figuras y no figuras aisladas?

Materiales didácticos como los geoplanos y las varillas articuladas nos han ayudado desde hace mucho tiempo a hacerlo

## **2.11 REQUISITOS PARA UNA RESOLUCIÓN DE PROBLEMA EFICAZ**

La resolución de problemas no rutinarios requiere un análisis cuidadoso: definir el problema, planificar una estrategia para la solución, poner en práctica la estrategia planificada, y comprobar los resultados.

### **2.11.1 COMPRENSIÓN**

Definir claramente su naturaleza. Esto ayuda a decidir qué información es necesaria para solucionar el problema, qué métodos son adecuados para llegar a la solución y qué soluciones son razonables.

### **2.11.2 TÉCNICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Cuando nos enfrentamos a problemas no rutinarios puede ser útil emplear determinadas ayudas para la resolución de problemas.

Un dibujo puede ayudar a un niño a definir un problema y decidir un procedimiento (operación) para hallar la solución.

### **2.11.3 MOTIVACIÓN**

Los niños deben tener algo más que capacidad para comprender problemas y técnicas para analizar problemas nuevos; deben tener motivación para realizar el esfuerzo que exige un análisis detallado. Esta motivación procede del interés, la autoconfianza y la perseverancia.

### **2.11.4 FLEXIBILIDAD**

En el núcleo de la resolución de problemas se encuentra la flexibilidad: la adaptación rápida de los recursos existentes para satisfacer las demandas de una tarea nueva.

La flexibilidad se ve estimulada por una combinación de la comprensión, técnicas de resolución de problemas y motivación. Cuando un niño está interesado en profundizar en un problema, es mucho más probable que aplique sus técnicas de comprensión y de resolución de problemas a una tarea nueva.

## **2.12 EL ESPACIO FÍSICO Y EL ESPACIO GEOMÉTRICO**

Esta posibilidad de concebir el espacio está muy relacionada con el espacio físico. Los matemáticos dicen que la geometría sirve para interpretar y modelizar el espacio físico. Los niños se apropian del espacio físico y luego los instrumentos que les da el espacio geométrico les permiten interpretarlo mejor, modelizarlo, actuar y moverse dentro de él.

Debemos tener en cuenta que la matemática no es la única ciencia que estudia el espacio físico: la geografía enseña y explica ese espacio físico, pero con distintos instrumentos.

En matemática un instrumento valioso es la modelización.

Cuando hablamos de modelizar, generalmente nos referimos a encontrar modelos relacionados con determinados conceptos. En matemática, a veces viene

primero el problema real y la matemática aporta ciertos conceptos que permiten explicar esa realidad. Pero otras veces viene primero el modelo matemático y luego ese modelo se encuentra plasmado en la realidad.

Esto ha pasado a lo largo de toda la historia de la matemática.

La geometría ha tenido tres semilleros, tres lugares desde donde se ha desarrollado:

- En Egipto y en Mesopotamia los antiguos pensadores tuvieron que resolver problemas netamente prácticos (la división de las tierras, formar parcelas iguales, crear instrumentos para trazar ángulos rectos en un espacio grande). En estos ejemplos vemos que la geometría sirve para solucionar problemas prácticos, y este hecho es trasladable a la enseñanza.
- Otro semillero de la geometría son las preguntas que se formulan desde las otras ciencias o disciplinas (química, física, economía, de enseñanza absolutamente abierto y espontáneo con un "momento" de evaluación tradicional que pretende "medir niveles" de aprendizaje como si de una propuesta tradicional se tratara. El tercer semillero es la propia matemática, las preguntas que sólo tienen sentido dentro de ella. La matemática no siempre debe responder a una demanda exterior. Hay cuestiones geométricas que se deben desarrollar, que sólo tienen que ver con el futuro.

### **2.12.1 CÓMO EL NIÑO CONSTRUYE EL ESPACIO**

Los niños ingresan al jardín con conocimientos diferentes acerca del espacio según las experiencias en las que han podido participar. los niños utilizan sus conocimientos en la resolución de nuevos problemas espaciales. Estos nuevos problemas les permiten incrementar los aprendizajes realizados hasta el momento ampliando los sistemas de referencia involucrados.

No es suficiente vivir un espacio para lograr dominarlo. Es necesario apoyarse en ciertas conceptualizaciones, en ciertas representaciones, para resolver los distintos problemas que se presenten.

Si bien es cierto que el sujeto construye sus conocimientos espaciales desde que nace. También es cierto que es necesaria la acción de la pedagogía para que estos conocimientos se estructuren.

En los últimos años el trabajo teniendo en cuenta situaciones problemáticas, el estudio de series numéricas, las funciones del mismo, los distintos contextos en los cuales se trabajan los números, etc. han transformado el enfoque en la enseñanza de la aritmética. Pero no ha ocurrido lo mismo con la enseñanza de la geometría y especialmente con la enseñanza del espacio.

Y es en este último donde persisten las confusiones. ¿Cómo cuáles?

- Confundir el conocimiento espontáneo con una enseñanza sistemática.
- Considerar como tema a enseñar “La construcción del espacio”
- Creer que los niños, para aprender en la escuela, deben atravesar ciertas etapas que van desde lo concreto a lo gráfico y desde lo gráfico a lo abstracto.

Esto produjo la organización de etapas en la enseñanza: primero la vivencia, luego la representación y por último la abstracción.

Es necesario hacer una distinción entre el espacio real y los aspectos matemáticos que están vinculados. El simple hecho de desplazarse, arrojar objetos o jugar con una pelota, no permite, a los niños, realizar conceptualizaciones de conceptos matemáticos. No hay actividad matemática en el desplazamiento físico. Una cosa es el uso del espacio real (desplazarse, recorrer, etc.) y otro los aspectos matemáticos que podrían estar vinculados a cada una de dichas situaciones.

## **2.13 EL ESPACIO GEOMÉTRICO EN RELACIÓN CON EL INDIVIDUO**

### **2.13.1 PSICOLOGIA Y NOCIONES ESPACIALES**

Distintos psicólogos han tratado de explicar el desarrollo de los conocimientos espaciales. La abundancia de situaciones y la diversidad de los modos de tratamiento dejó al descubierto la imposibilidad que tiene la psicología para clasificar las situaciones de manera de considerar simultáneamente, la

diversidad de conocimientos de los alumnos y la pluralidad potencial de los modos de tratamiento de los objetos por un mismo sujeto

Brousseau y Gálvez, son los que toman a su cargo la articulación entre el dominio de la psicología y el de la didáctica y proponen tener en cuenta el “tamaño del espacio”

Las acciones de los sujetos en el espacio dependen del “tamaño” de éste. Alsina. Burgues y Fortuny distinguen cuatro tamaños del espacio donde se realizan las acciones geométricas.

El microespacio. Es el que corresponde a la manipulación de los pequeños objetos. Próximo al sujeto.

El mesoespacio: es el espacio de los desplazamientos del sujeto, en un dominio controlados por la vista. Los objetos que están fijos funcionan como puntos de referencia perceptibles sólo desde ciertas perspectivas El sujeto está en el interior del espacio. ,

El macroespacio: espacio de las grandes dimensiones entre los cuales se destaca el espacio urbano, el rural y el marítimo Los objetos están fijos, funcionan como puntos de referencia, pero sólo una parte está bajo el control de la vista. El sujeto está en el interior del espacio.

El cosmoespacio: ponen en juego los problemas de referencia y orientación. Su ámbito de estudio corresponde a los fenómenos ecológicos, geográfico, topográficos y astronómicos.

Los didáctas franceses comenzaron a estudiar el problema del espacio en 1985. Analizaron el comportamiento de los alumnos en distintas edades escolares en relación con distintos problemas geométricos y comprobaron que los problemas que se generan en relación con los contenidos geométricos están muy relacionados con el tamaño del espacio.

- Se habla de micro-espacio cuando es necesario para trabajar en él utilizar un instrumento que aumente el tamaño real del objeto de estudio, por ejemplo un microscopio o una lupa. La posibilidad de manipulación es muy limitada.

- El problema se refiere al meso-espacio cuando el alumno puede manipular el objeto y ese objeto no supera la mitad de la estatura del mismo individuo, que lo puede mover, manipular, trasladar, tener en sus manos.
- Se dice que un problema está en un contexto del macro-espacio cuando el objeto está entre la mitad de su estatura y 50 ó 100 veces más grande que ésta. En este caso es el individuo quien da vueltas alrededor del objeto. La manipulación es mucho más limitada.
- Llamamos cosmo-espacio al que excede 100 veces o más la estatura del individuo que estudia el problema.

La escuela ha limitado obsesivamente los problemas geométricos a los problemas del meso-espacio. Generalmente es una geometría limitada al aula, al banco y sobre todo al cuaderno.

El niño no tiene que moverse, ni trasladarse, es una geometría del papel y la tijera. Hoy se comprende que sería más fácil para el alumno adquirir las nociones de ángulo, por ejemplo, realizando acciones en el macro-espacio.

## **2.14 HABILIDADES BÁSICAS**

### **2.14.1 HABILIDADES VISUALES**

La mayor importancia para el estudio del espacio.

Habilidades relacionadas con la visualización.

- Coordinación visomotora: es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo.
- Percepción figura-fondo: el niño debe identificar aquello que permanece invariable (forma, tamaño, posición).

- Percepción de la posición: el niño debe ser capaz de establecer relaciones entre los objetos.
- Discriminación visual: significa poder comparar dos imágenes muy similares y encontrar las diferencias.
- Memoria visual: es la habilidad de recordar un objeto que no permanece a la vista y relacionar o representar sus características.

#### **2.14.2 HABILIDADES VERBALES (O DE COMUNICACIÓN)**

En matemáticas nos manejamos con un lenguaje paralelo, un vocabulario específico que cuando se lee y se interpreta implica una necesaria traducción. Estas tres habilidades se pueden manifestar en forma escrita o verbal.

Estas son tres:

- Leer
- interpretar
- comunicar

#### **2.14.3 HABILIDADES DE DIBUJO**

Estas habilidades son de tres tipos:

- Las de representación. Consiste en representar figuras con diferentes materiales (por ejemplo, representar un paralelogramo con varillas de distintas longitudes)
- De reproducción. A partir de modelos dados, los alumnos deben hacer copias en iguales o distintos tamaños.
- De construcción, sobre la base de pautas o datos dados en forma oral, escrita o gráfica, obtener una figura geométrica.

#### 2.14.4 HABILIDADES DE LÓGICA O DE PENSAMIENTO

En relación a esta habilidad de tipo lógico hay una teoría que en los últimos años se ha tornado muy importante: el modelo de desarrollo de pensamiento Geométrico de Dina y Pierre Van Hiele.

Luego de estudiar muchos casos, en 1957 llegaron a la conclusión de que había 5 etapas en el desarrollo del pensamiento geométrico: reconocimiento, análisis, ordenamiento, deducción y rigor.

Sus autores descubrieron aspectos importantes.

- Es secuencial: para ingresar en un estadio hay que tener acabado el anterior.
- El éxito o fracaso es una tarea no depende tanto de la edad, no hay una cronología exacta y la evolución varía con los contenidos que se trabaje y los métodos que se utilicen.
- Cada etapa necesita y usa determinados símbolos geométricos. Hay algunos que se pueden apropiarse en una etapa y no en otra.
- No es lo mismo trabajar con cuerpos en tres dimensiones que con figuras en dos dimensiones. Un alumno puede estar en un estadio para un contenido y en otro para otro.

#### 2.15 MODELO DIDÁCTICO DE VAN HIELE

El modelo de Van Hiele es un modelo de enseñanza que marca la pauta a seguir en la enseñanza de la geometría. Tuvo su origen en Holanda, donde los Van Hiele, profesores de matemáticas, se encontraron con problemas para poder hacer entender a sus alumnos las definiciones, los procesos y las situaciones relacionadas casi exclusivamente con la enseñanza de la geometría, ya que su aplicación en otras ramas de las matemáticas no ha sido tan eficiente.

El modelo consta principalmente de dos partes: La primera es descriptiva y se refiere a lo que Van Hiele define como "niveles de razonamiento"; la segunda, da las directrices para el desarrollo docente en lo que llama "fases de aprendizaje".

### 2.15.1 NIVELES DE RAZONAMIENTO

Son los estadios del desarrollo de las capacidades intelectuales del estudiante, las cuales no están relacionados con el crecimiento o la edad. Reconocimiento: El estudiante percibe los elementos a estudiar en su totalidad, de manera global. Análisis: Los elementos a estudiar están formados por partes con propiedades. Clasificación: El estudiante es capaz de dar definiciones formales de los objetos a estudiar. Deducción formal: El estudiante es capaz de llevar a cabo razonamientos lógicos formales. Puede llegar al mismo resultado utilizando distintos caminos.

- **Nivel 0: Visualización.**

Las formas geométricas son reconocidas en base a su apariencia, como un todo.

- **Nivel 1: Análisis.**

Se analizan las figuras en base a sus componentes, se descubren propiedades de clases de figuras y se representan.

- **Nivel 2: Deducción informal.**

Se relacionan de forma lógica propiedades previamente descubiertas y se determinan clases de figuras

- **Nivel 3: Deducción formal.**

Se demuestran teoremas de forma deductiva.

- **Nivel 4: Rigor.**

Se establecen teoremas dentro de diferentes sistemas axiomáticos

Existen características que tienen todos los niveles, pero en cada uno se manifiesta de forma diferente. Estas características son: la jerarquización y la secuencialidad de los niveles, que se refiere a la necesidad de transitar primero por un nivel para pasar al siguiente, de tal manera que es obligatorio cursar todos los niveles sin omitir ninguno. Es muy importante que el profesor establezca el

nivel en el que se encuentran sus alumnos. Esto se logrará a través de procedimientos evaluativos en los que se deben evitar respuestas sencillas y que impliquen la memorización, ya que lo que se tiene que ver son los procedimientos de razonamiento que llevó a cabo el alumno para solucionar el problema.

### 2.15.2 FASES DE APRENDIZAJE

Son los periodos por los que pasa el alumno para alcanzar cada uno de los niveles estos son los siguientes:

**Información.** Se informa a los alumnos a cerca del tema que se va a estudiar.

**Orientación dirigida.** Investigación y búsqueda de conocimientos por parte de los alumnos.

**Explicación.** Presentación y comparación de datos y conocimientos entre el grupo.

**Orientación libre.** Aplicación de los conocimientos adquiridos en las fases anteriores y su aplicación junto con otros conocimientos ya adquiridos.

**Integración.** Acumulación y comparación de conocimientos que se han adquirido.

Así, y de esta manera, tenemos que el aprendizaje lo caracterizamos por ser un proceso personal del individuo en el que inciden factores tanto internos como externos. "Es hacer más significativo el papel del sujeto en situación de habla, en la solución de problemas y en la realización de actividades para asumir críticamente y transformar sus relaciones de conocimiento con el entorno; es desarrollar el discurso explicativo y argumentativo de las actividades sabientes, las expectativas y la voluntad de apropiación de nuevos conocimientos". Pero se

remarca mucho que el aprendizaje debe ser personal, es decir, otra persona no lo hará por nosotros y el profesor únicamente se dedica a guiar y coordinar. Y, ¿cómo se lleva a cabo este proceso? Paulo Freire contesta simplemente: "oyendo, preguntando, investigando".

En este modelo el profesor cambia el papel de expositor que comúnmente se le atribuye y toma un papel de coordinador de los trabajos. No se prepara para exponer clase y hacer exámenes, sino que busca los ejercicios y actividades necesarios para crearle un ambiente al alumno propicio para el desarrollo de su razonamiento y su tránsito por los diferentes niveles de razonamiento. Van Hiele lo expone de la siguiente manera.

El objetivo del arte de enseñar es precisamente enfrentarse a la cuestión de saber cómo se pasa a través de esas fases (del aprendizaje) y cómo se puede prestar ayuda al estudiante de forma eficaz". Y para que el docente alcance este objetivo se sirve de las experiencias controladas dentro del aula de clases, es decir, de la llamada educación matemática. Y así, mientras que el profesor cambia el papel de expositor a coordinador, el papel del alumno cambia de receptor pasivo de la información a buscador activo de la misma. Este cambio en los papeles implicará la necesidad de que el profesor conozca y maneje el material y el modelo para poderlo llevar a cabo sin mayores tropiezos, ayudando al estudiante en la búsqueda y construcción de su propio conocimiento.

## **2.16 MANIPULACIONES GEOMÉTRICAS**

Perfeccionar la Educación es una batalla constante a la que están llamados todos los educadores. Lograr que todos los niños y niñas reciban una adecuada educación en correspondencia con sus niveles de desarrollo y trabajar por alcanzar mejores resultados cada día; saber qué hacer para lograrlo, no solo desde el punto de vista teórico, sino en la práctica, debe ser una meta permanente de todos.

Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de la escuela primaria, la Matemática escolar ha de realizarse de modo que los alumnos se apropien de los

conocimientos esenciales y desarrollen las habilidades que les permitan aplicar de forma independiente sus conocimientos para resolver los problemas del entorno social, e incluye dos grandes bloques de contenidos: los aritméticos y los geométricos. El proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos matemáticos en la escuela primaria, a pesar del reconocido papel que juega en la preparación para la vida en nuestra sociedad socialista de niñas y niños, en nuestro territorio, y con bastante similitud en otras provincias, tiene insuficiencias.

## **2.17 LA DECADENCIA DE LA GEOMETRÍA**

Desde el final de la década de los 60, la geometría euclidiana desaparece prácticamente de la escuela. Se convirtió en una parte que se daba en unas pocas horas de clase al final del curso.

### **2.17.1 Posibles causas.**

Dentro de las posibles causas podemos mencionar las siguientes:

- El auge que se dio a la matemática moderna.
- Programas escolares demasiado extensas.
- La geometría se dejaba para los últimos temas de los libros de texto.
- La tendencia general de los profesores a seguir el orden del libro.
- La cantidad de materia rebasada el tiempo disponible.
- La dificultad de efectuar las constricciones necesarias de modo preciso.
- La gran cantidad de tiempo para repetir dibujos.
- El aprendizaje memorístico de demostraciones no tiene ningún valor.

## 2.18 LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Ayuda a desarrollar:

- Pensamiento independiente y pensamiento lógico a través de la resolución de problemas.
- Capacidad de trabajo en cuestiones abiertas y cerradas.
- Comprensión espacial (incluyendo tres dimensiones).
- Capacidad para representar objetos geométricos y medir con precisión usando diversos instrumentos (instrumentos de la geometría tradicional, programas de ordenador, videos, sensores de movimiento y programas de dibujo).
- Conocimiento y comprensión de figuras geométricas tanto sólidas y planas.
- Conocimiento y comprensión de transformaciones geométricas y capacidad para aplicarlas.
- Lenguaje y vocabulario matemático adecuado.
- Tomar conciencia de las conexiones entre la geometría y el resto de las matemáticas, con otras materias escolares y con el mundo real.
- Capacidad para pensar imaginativamente.
- Capacidad para formular, comprobar, generalizar y discutir conjeturas.
- Disposición para encontrar y usar sus propios métodos para resolver problemas.
- Sensibilidad hacia el aspecto y forma y las ideas matemáticas asociadas con ellas.

## 2.19 UNA REFLEXION SOBRE NUESTRA PRACTICA COMO DOCENTES

En los últimos años se ha hecho hincapié en la necesidad de la indagación de saberes previos para la construcción de conocimientos. Es probable que Usted tenga este aspecto lo suficientemente claro en la elaboración de las clases. Pero, creemos que es importante hacer alguna referencia al tema, pues algunos consideran que los niños, no pueden tener ideas previas sobre contenidos matemáticos y geométricos o bien creen que, tienen ideas previas relacionadas con los números y no respecto a las figuras. Sabemos que los niños tienen ideas previas con respecto a las figuras geométricas, saben que algunas tienen puntas” otras tienen lados derechos, observan que una pelota rueda.

¿Qué hace el docente frente a estas ideas previas? ¿Qué tiempo y espacio dedica cada docente en recuperarlas?, y si lo hace, ¿para qué las emplea?. Los niños tienen ideas perceptivas de las figuras, pero, ¿por qué terminan el ciclo de la escuela primaria sin haberla enriquecido?.

Es cierto que la enseñanza de la Matemática básica no ha sabido capitalizar demasiado a menudo la riqueza del conocimiento informal y esto ha hecho que se la enseñe desconectada de la realidad y en forma mecanicista y repetitiva. Piense cómo ha recibido Usted los conocimientos matemáticos durante su etapa de escolaridad. Los niños hacen dibujos en los que representan su entorno, su familia, su casa, etc., juegan con objetos de diferente forma.

Si queremos dar a los niños una oportunidad de poder construir sus conocimientos debemos escucharlos y entender cómo piensan. Los adultos, también tenemos ideas previas, y se aprende a partir de ellas. Por lo tanto podemos enseñar a partir de ellas

### III. CONCLUSIONES

Las conclusiones a las que se ha llegado al realizar este trabajo descriptivo son las siguientes:

- Mediante la realización de este trabajo se ha reconocido y destacado la importancia de la Geometría como tema básico e indispensable para la vida de toda persona
- Al realizar este trabajo se ha podido identificar los materiales didácticos que se pueden utilizar en educación primaria para el desarrollo de una clase de geometría.
- Toda actividad de aprendizaje significativo debe tener una previa planificación para que de esa manera los alumnos puedan asimilar e integrar sus conocimientos con más facilidad.
- Todas las actividades para la clase de matemáticas deben tener un comienzo basado en el uso de material didáctico.
- El juego es un tipo especial de recurso didáctico en las matemáticas, por que da al estudiante una razón propia para hacer matemáticas y, lo que es más importante, porque la realimentación no proviene de las correcciones del profesor sino de los compañeros y de uno mismo.

#### IV. RECOMENDACIONES

- Se recomienda que la enseñanza de la matemática no se la tome como una asignatura más, sino por el contrario, hay que considerarla como fundamental y útil a lo largo de nuestra vida.
- Para planificar una actividad de aprendizaje significativo se debe tener en cuenta que dicha actividad requiere de un tiempo adecuado para la asimilación y la integración de conocimientos.
- Hay que tener en cuenta siempre que el juego es el vehículo natural de los niños para explotar y dominar su entona, además proporciona una vía interesante y significativa para aprender.
- Siempre se debe utilizar medios y materiales en la enseñanza de lógico matemática y en particular en temas de geometría, para evitar que la clase sea tediosa y para tener una mejor asimilación de los conocimientos.
- Debemos tener en cuenta que la enseñanza de la geometría va más allá de enseñar en cuatro paredes, se puede realizar actividades de aprendizaje fuera del aula en contacto con la naturaleza.

## V. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baldor J. A. (1997) *Geometría plana y del espacio: con introducción a la trigonometría*. Edit. Edime Organización Gráfica s.a.
- Bounet Rich (1991) *Geometría moderna*. 2ª. edic. Edit. Grau Hill, 398 p.
- Calvo Penadés, Xelo. (2002). *La geometría: de las del espacio al espacio de las ideas en el aula*. 1ª edic. Edit. Laboratorio Educativo, Barcelona- España, 129 p.
- Enma Catstelnuono. (1997) *Didáctica de la matemática moderna* Edit. Trillas, México, 209 p.
- Holowey. *Desarrollo del Pensamiento Geométrico en los Niños*. En <http://gabinetedeinformatica.net/wiki/index.php/TRABAJO> accesada el 20 de octubre de 2008.
- Londoño, Nelson. (1999) *Matemática Progresiva SAFLO*. 1ª edic. Edit. Norma S.A., Santa Fé de Bogotá-Colombia, 964 p.
- Ordenes A. Eduardo. *La Enseñanza de la Geometría en la Escuela Básica*. En [http://www.rmm.cl/index\\_sub.php?id\\_seccion=2252&id\\_portal=352&id\\_contenido=11339](http://www.rmm.cl/index_sub.php?id_seccion=2252&id_portal=352&id_contenido=11339). accesada el 20 de octubre del 2008.
- Santibáñez Marin, José. (1992) *Geometría: Plana y del Espacio*. 4º edic. Edit. PROESAN. Lima- Perú.
- Zorzoli, Gustavo (1999) *Historia de al Geometría en la Escuela*. En <http://www.geocities.com/aulauy/la-ense-de-la-geometr.htm>
- <http://gabinetedeinformatica.net/wiki/index.php/Trabajo>.
- <http://almez.pntic.mec.es/agosooo/geometría.html>
- <http://rincondelmaestro.tkgeometría.html>
- <http://www.educared.net/aprende/anavegar4/mis%20favoritos/profesores/02borras/recursos.html>
- <http://jgarcía.wordpress.com/2006/10/27/breve-redacciónsobre-la-geometría-en-primaria/trackback/.html>

# ANEXOS

## GLOSARIO DE TÉRMINOS GEOMÉTRICOS

**Geometría.** Parte de la matemática que trata de las propiedades, relaciones y medida de la extensión del espacio y de los cuerpos.

**Agrimensura.** Arte de medir la tierra.

**Matemática.** Ciencia de los números.

**Intuición.** Percepción clara e instantánea de una idea o verdad, tal como si la estuviese viendo.

**Experimentar.** Probar prácticamente una cosa. Notar, observar.

**Abstracto.** No concreto.

**Concreto.** Es algo que se le puede tocar, palpar, etc.

**Orientar.** Disponer una cosa en posición determinado respecto a los puntos cardinales, informar y dirigir.

**Suposición.** Es la acción de dar por sentada y existente una cosa.

**Hipótesis.** Es la suposición de una cosa, para sacar de ella una consecuencia.

**Proposición.** Es la enunciación de una verdad demostrada o que debe demostrarse.

**Teorema.** Es una verdad no evidente, pero demostrable.

**Postulado.** Un postulado o un axioma, es una proposición que se acepta sin demostración. Los postulados son esenciales en cualquier sistema matemático.

**Lema.** Es un teorema de poca importancia cuyo único objeto es facilitar la demostración de otra más importante.

**Corolario.** Es una verdad que se deriva como consecuencia de un teorema.

**Escolio.** Es una advertencia u observación relativa a alguna cuestión matemática.

**Recíproco.** Un teorema se dice recíproco de otro, cuando su hipótesis y tesis son, respectivamente la tesis y la hipótesis de este otro al cual se le llama directo.

**Problema.** Es una cuestión en la que se trata de averiguar un número o de construir una figura que reúna ciertas condiciones.

**Axioma.** Proposición o declaración inicial que es generalmente aceptada como verdadera sin demostración

**Punto.** Es una porción de espacio más pequeña que todas las demás que puedan suponerse.

**Intersección.** Dados dos conjuntos A y B, se llama intersección del conjunto A con el conjunto B al conjunto formado por todos los elementos pertenecientes al conjunto A y al conjunto B.

**Recta.** Es la línea más corta que une dos puntos y el lugar geométrico de los puntos del plano (o el espacio) en una misma dirección

**Semirrecta.** Cada una de las dos partes en que una recta queda dividida por uno de sus puntos, al que se llama origen.

**Segmento.** Trozo de recta limitado por dos puntos.

**Circunferencia.** Línea curva cerrada, cuyos puntos están a igual distancia del centro.

**Compás.** Instrumento de dibujo que sirve para dibujar arcos y circunferencias

**Recta paralela.** Dos rectas que no se cruzan en ningún punto del plano.

**Recta perpendicular.** Dos rectas son **perpendiculares** cuando al cortarse forman cuatro ángulos iguales.

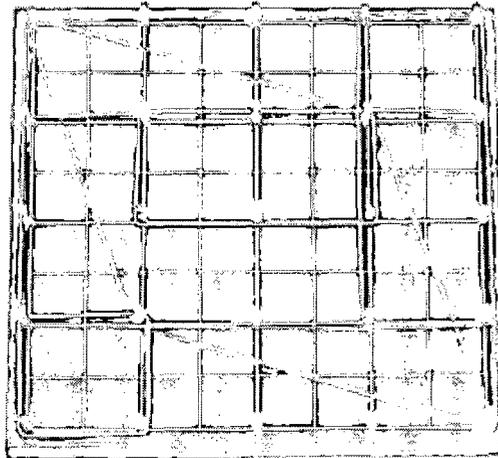
**Punto Medio.** Es el punto que divide a un segmento en dos partes iguales.

**Ángulo.** Porción de plano determinada por dos semirrectas con origen común.

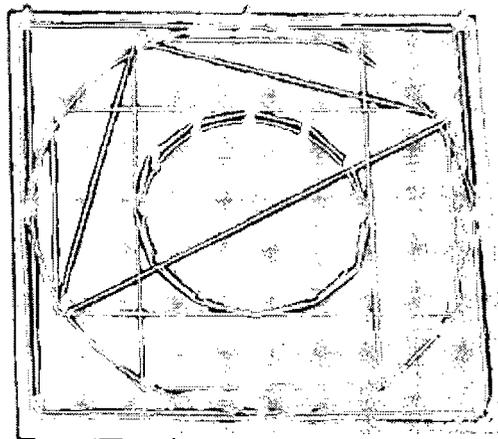
**Polígono.** Porción de plano limitada por una línea poligonal cerrada. Un polígono queda determinado por sus lados, que son los segmentos, y por sus ángulos, que son los que forman cada dos lados consecutivos.

## MATERIALES QUE SE PUEDEN ELABORAR Y UTILIZAR EN CLASES DE GEOMETRÍA

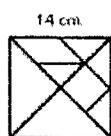
### Geoplano Cuadrado



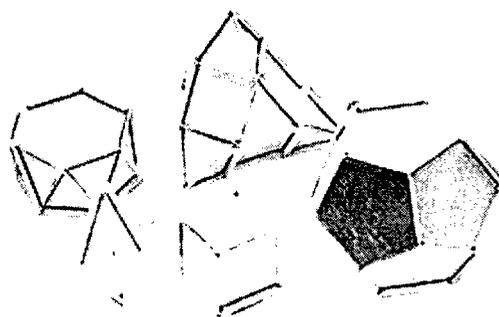
### Geoplano Circular



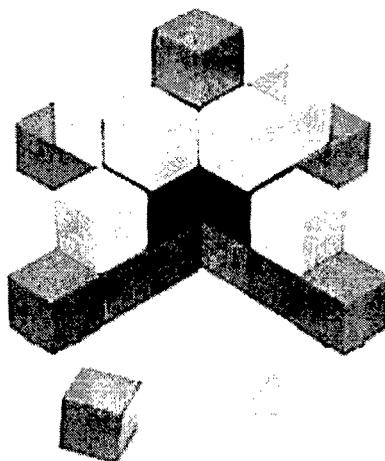
### Tangram en Plástico o en Cartón



### Poliformas



### Cubos de madera



## PRE TEST DE GEOMETRÍA PARA EDUCACIÓN PRIMARIA

NOMBRES Y APELLIDOS.....

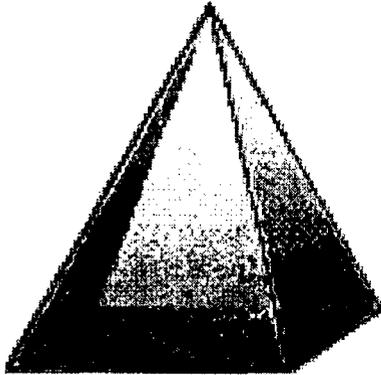
EDAD.....SEXO.....FECHA.....

INDICACIONES: A continuación te presentamos un listado de preguntas y algunas figuras, la cual te invito a contestarlas y poner el nombre de cada una de ellas

Veamos qué cosas recuerdas, qué cosas no recuerdas y qué cosas no conoces aún

1. ¿Qué forma tiene el campo de fútbol de tu barrio?
2. ¿Que forma tiene el balón de fútbol?
3. Realiza un plano en relación a la ubicación de tu casa
4. Dibuja una casa he indica que forma tiene

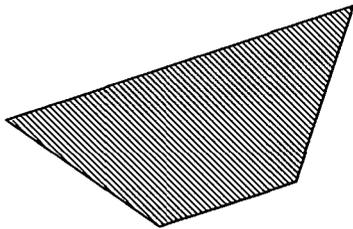
5. Escribe el nombre de estas figuras



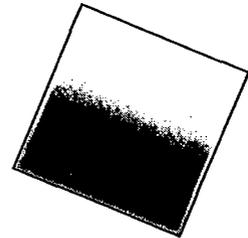
.....



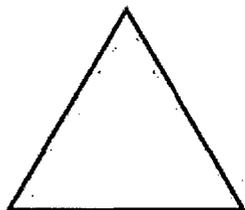
.....



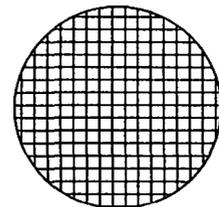
.....



.....



.....



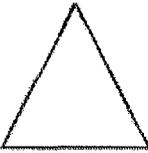
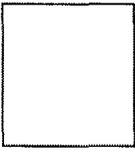
.....

**6. Dibuja las siguientes figuras**

Un triángulo	
Un ángulo recto	
Un trapezoide	
Una circunferencia circunscrita a un triángulo	
Un triángulo obtusángulo	

## 7. Reconociendo figuras

Contesta SI o NO a las afirmaciones que hacen las figuras

				
soy un triángulo				
soy una figura cerrada				
Soy un cuadrado				
Tengo cuatro lados				
Estoy formado por una línea curva				
Todos mis lados son iguales siempre				
Soy un cuadrilátero				
Soy un círculo				
Soy un cuerpo geométrico				
Soy un rectángulo				
Tengo tres lados				